河南省中等职业教育课程改革国家规划新教材文化课配套教学用书

数学指导与练习

（基础模块）『下册』

河南省职业技术教育教学研究室　编

電子工業出版社
PUBLISHING HOUSE OF ELECTRONICS INDUSTRY
http://www.phei.com.cn

河南省中等职业教育课程改革国家规划新教材文化课配套教学用书

数学指导与练习

（基础模块）下册

河南省职业技术教育教学研究室　编

電子工業出版社
Publishing House of Electronics Industry
北京·BEIJING

内 容 简 介

本书是与中等职业教育国家规划教材《数学》（基础模块）（下册）（李广全主编，高等教育出版社出版）（河南版）配套使用的学生同步练习册。全书按照教材内容的顺序逐节编写。内容包括学习指导、同步练习和参考答案三部分。学习指导包括目标点击（即学习目标）、知识回顾（以填空形式让学生填写）和答疑解难（主要针对当堂课存在的疑难问题给予解答）。同步演练是根据每节内容和课堂教学要求编制的练习题，以巩固所学知识。每章配一套自测题，以方便学生自我检查知识掌握情况。自测题分为 A、B 两组，难易分开。A 组题紧扣《数学教学大纲》基础模块的要求，适应就业学生的需求，B 组题有一定灵活性，主要满足升学学生的需要。所有练习题均有参考答案，解答题配有解题过程，有利于学生课后练习，提高学习效率。

图书在版编目（CIP）数据

数学指导与练习：基础模块. 下册 / 河南省职业技术教育教学研究室编. —北京：电子工业出版社，2012.8
河南省中等职业教育课程改革国家规划新教材文化课配套教学用书

ISBN 978-7-121-17996-9

Ⅰ. ①数… Ⅱ. ①河… Ⅲ. ①数学课—中等专业学校—教学参考资料 Ⅳ. ①G634.603

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2012）第 194550 号

策划编辑：施玉新
责任编辑：郝黎明　　文字编辑：裴　杰
印　　刷：
装　　订：
出版发行：电子工业出版社
　　　　　北京市海淀区万寿路 173 信箱　邮编　100036
开　　本：787×1 092　1/16　印张：8.75　字数：224 千字
印　　次：2012 年 8 月第 1 次印刷
定　　价：18.00 元

凡所购买电子工业出版社图书有缺损问题，请向购买书店调换。若书店售缺，请与本社发行部联系，联系及邮购电话：（010）88254888。

质量投诉请发邮件至 zlts@phei.com.cn，盗版侵权举报请发邮件至 dbqq@phei.com.cn。

服务热线：（010）88258888。

前　言

本书是与中等职业教育国家规划教材《数学》（基础模块）上、下册（李广全主编，高等教育出版社出版）（河南版）配套使用的学生同步练习册，全书分为上、下两册，供河南省各类中等职业学校学生使用。

本书由河南省职业技术教育教学研究室组织编写。参与编写的人员均为河南省部分地、市长期从事职业教育数学教学工作的优秀骨干教师。内容的选取不仅紧扣《数学教学大纲》，严格按照大纲中规定的“教学内容与要求”，体现数学教育的目标和任务，而且符合河南省职业教育数学教学实际与学生水平。所有习题经过精心选取，既具有基础性，又具有实用性，可作为课堂练习和课后作业用书。

全书按教材内容的顺序逐节编写。内容包括学习指导、同步练习和参考答案三部分。学习指导包括目标点击（即学习目标）、知识回顾（以填空形式让学生填写）和答疑解难（主要针对当堂课存在的疑难问题给予解答)。同步演练是根据每节内容和课堂教学要求编制的练习题，以巩固所学知识。每章配一套自测题，以方便学生自我检查知识掌握情况。自测题分为A、B 两组，难易分开。A 组题紧扣《数学教学大纲》适应就业学生的需求，B 组有一定灵活性，主要满足升学学生的需要。所有练习题均有参考答案，解答题配有解题过程或提示。

本书的主要特点：

1．一节一练，与课时同步，有利于课堂教学；

2．有知识回顾、学习目标，帮助学生进一步明确学习目标和复习巩固知识；

3．对每节课的疑难问题给予及时解答，帮助学生理解和掌握知识；

4．自测题分 A、B 组，难易分开，不仅满足就业学生的需求，也满足升学学生的需要；

5．本书解答题配有解题过程或提示，有利于学生课后练习，提高效率。

本书由孙超英担任主编，张叔鸣担任副主编，参加本书编写工作的教师还有谢翠英、吴海红、魏银喜。

本书在编写的过程中，得到了河南省职业技术教育教学研究室和电子工业出版社的大力支持，在此一并表示衷心的感谢！

由于编写时间紧、人员少，书中错漏之处在所难免，敬请师生提出宝贵意见，以便今后修改和补充。

编　者

2012 年 8 月

目　　录

第 6 章　数　　列

6.1　数列的概念

6.1.1　数列的定义

目标点击

了解数列的定义和数列的分类，能通过观察给出的项找出数列中项的构成规律.

知识回顾

1．数列：按一定______排列的一列数.

2．项：在数列中的每一个______都叫做这个数列的项，各项依次叫做这个数列的第 1 项（或______首项）、第 2 项、…、第 n 项、….

3．项数有限的数列叫做______数列；项数无限的数列叫做______数列.

答疑解难

1．数列 2，3，4，5，6 与数列 6，5，4，3，2 是相同的数列吗？

答：不同．因为数列中的数是按一定次序排列的，所以在数列中数相同而排列次序不同就是不同的数列.

2．在同一数列中相同的数可以重复出现吗？

答：可以．例如数列-1，1，-1，1，-1，….

3．数列与数集的区别与联系？

答：区别：①数列中的项必须按一定次序排列，而数集中的元素是无序的；②数列中的项可以重复，而数集中的元素是互异的．联系：都是具有某种共同属性的数的全体.

同步演练

练习　6.1.1

一、观察下面各数列的特点，填上适当的数.

1．2，4，6，______，10，12，…；

2．3，3，______，3，3，3，…；

3．$\sqrt{5}$，$\sqrt{7}$，3，______，$\sqrt{13}$，$\sqrt{15}$，…；

4．$\frac{1\times2}{2}$，$\frac{2\times3}{2}$，______，$\frac{4\times5}{2}$，$\frac{5\times6}{2}$，…；

5．−2，2，−2，____，−2，2，⋯；

6．$\frac{1}{2}$，$-\frac{2}{3}$，$\frac{3}{4}$，$-\frac{4}{5}$，____，$-\frac{6}{7}$，⋯；

7．1，$-\frac{1}{2}$，$\frac{1}{3}$，$-\frac{1}{4}$，___，$-\frac{1}{6}$，⋯；

8．1，4，___，16，25，36，⋯．

二、选择题

1．下列说法错误的是（　　）．

A．数列 1，2，3，4 与数列 4，3，2，1 是相同的数列

B．同一个数在一个数列中可以重复出现

C．数列 2，4，6，8 是有穷数列

D．数列−3，−1，1，3，5，7 共有 6 项，其中第 1 项为−3

2．数列 2，4，8，16，32，⋯，的第 6 项是（　　）．

A．36　　B．56　　C．63　　D．64

3．已知数列$1, \sqrt{2}, \sqrt{3}, 2, \sqrt{5}, \cdots$，　则$2\sqrt{2}$是它的（　　）．

A．第 6 项　　B．第 7 项　　C．第 8 项　　D．第 9 项

4．已知数列$-1, \frac{1}{2}, -\frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \cdots, \frac{(-1)^n}{n}, \cdots$，那么它的第 10 项为（　　）．

A．$-\frac{1}{10}$　　B．$\frac{1}{10}$　　C．−10　　D．10

三、解答题

1. 已知数列$\frac{2^2-1}{2}, \frac{3^2-1}{3}, \frac{4^2-1}{4}, \cdots, \frac{(n+1)^2-1}{n+1}, \cdots$，求这个数列的第 6 项、第 18 项.

2．已知数列$\sqrt{2}, \sqrt{5}, 2\sqrt{2}, \sqrt{11}, \cdots$，求这个数列的第 5 项、第 7 项.

6.1.2　数列的通项公式

目标点击

理解数列的通项公式的意义，能由数列的前几项写出数列的一个通项公式，已知数列的通项公式，会求数列中的某一项.

知识回顾

一个数列的第 n 项 a_n 如果能用关于项数 n 的一个式子来表示，那么这个式子称为这个数列的_________公式.

答疑解难

1．$\{a_n\}$ 与 a_n 的含义相同吗？

答：不同．$\{a_n\}$ 表示以 a_n 为通项的数列，a_n 表示数列 $\{a_n\}$ 的第 n 项．

2．数列是否都有通项公式？

答：并非所有的数列都有通项公式．数列的通项公式反映数列的构成规律，并不是所有的规律都能用项与项数之间的关系来表示．例如数列 5，8，2，−1，…，这个数列无法用一个公式来表示每一项与它的项数之间的关系，所以这个数列没有通项公式．

3．数列的通项公式的形式是否是唯一的？

答：不唯一．例如数列−1，1，−1，1，…，这个数列的通项公式可用 $a_n=(-1)^n,(n\in N_+)$ 来表示，也可以用 $a_n=(-1)^{n+2}$ 来表示，还可以用 $a_n=\begin{cases}-1, & n=2k-1,\ k\in N_+\\ 1, & n=2k,\ k\in N_+\end{cases}$ 表示，这三个通项公式形式上虽然不同，但表示同一个数列．

同步演练

练习　6.1.2

一、填空题

1．已知数列的通项公式为 $a_n=\dfrac{n(n+1)}{2}$，则 $a_5=$__________．

2．数列 $1,\ \sqrt{2},\ \sqrt{3},\ \sqrt{4},\ \cdots$ 的一个通项公式为________________．

3．数列 1，3，5，7，…的一个通项公式为____________________．

4．在数列 $\dfrac{1}{2},\ 2,\ \dfrac{9}{2},\ 8,\ \cdots,\ \dfrac{n^2}{2},\ \cdots$ 中，18 是它的第______项．

二、选择题

1．已知数列的通项公式为 $a_n=n^2-3n+2$，则 a_{10} 等于（　　）．

A．70　　B．72　　C．80　　D．82

2．数列 $1,\ \dfrac{3}{4},\ \dfrac{5}{9},\ \dfrac{7}{16},\ \dfrac{9}{25},\ \cdots$ 的一个通项公式为（　　）．

A．$a_n=\dfrac{2n-1}{n^2}$　　B．$a_n=\dfrac{n^2-1}{2^2}$　　C．$a_n=\dfrac{n^2-1}{2n}$　　D．$a_n=\dfrac{2n-1}{2n}$

3．数列 $\dfrac{2}{1},\ -\dfrac{3}{2},\ \dfrac{4}{3},\ -\dfrac{5}{4},\ \cdots$ 的一个通项公式为（　　）．

A．$a_n=(-1)^n\dfrac{n+1}{n}$　　B．$a_n=(-1)^{n+1}\dfrac{n+1}{n}$

C．$a_n=\dfrac{n+1}{n}$　　D．$a_n=\dfrac{n}{n+1}$

三、解答题

1．写出数列的一个通项公式，使它的前 4 项分别是 $-1,\ \dfrac{1}{3},\ -\dfrac{1}{5},\ \dfrac{1}{7}$．

2．已知数列的通项公式为 $a_n = n(n+1)$,

①写出 a_{10}，a_{n+1}；

②42 是否是数列中的项？若是，是第几项？

6.2 等 差 数 列

6.2.1 等差数列的定义

目标点击

理解等差数列的概念．会用定义判断一个数列是否为等差数列．

知识回顾

如果一个数列从它的第___项起，每一项与它的前一项的_____都等于_________，则这个数列叫做等差数列，这个_______叫做等差数列的公差，通常用字母______来表示，即 $a_n - a_{n-1} = d(n \geqslant 2 且 n \in N_+)$，公差为 0 的数列叫做_________数列．

答疑解难

1．如何用等差数列的定义判断一个数列是否为等差数列？

答：等差数列的定义是判断一个数列是否等差数列的主要依据．因此，判断一个数列是不是等差数列，可以通过判断 $a_n - a_{n-1} = d(n \geqslant 2 且 n \in N_+)$ 是否等于一个常数．

2．如何求等差数列的公差？

答：在等差数列中，从第二项起，每一项与它的前一项的差就是这个等差数列的公差，即 $a_2 - a_1 = a_3 - a_2 = \cdots = a_n - a_{n-1} = d(n \geqslant 2，n \in N_+)$．

同步演练

练习 6.2.1

一、填空题

1．等差数列 6，4，2，0，…的公差 $d =$_________，$a_1 =$_________．

2．等差数列 5，8，11，…的第 4 项是___________．

3．数列 8，8，8，8，…是__________．且公差 $d =$_________，

4．9、A、17 成等差数列，则 A 是__________．

二、选择题

1．等差数列 $\sqrt{2}+1$，$\sqrt{2}+2$，$\sqrt{2}+3$，$\sqrt{2}+4$ …的公差 d 是（　　）．

A．−1　　B．0　　C．1　　D．2

2．下列各数列中不是等差数列的是（　　）．

A．1，$\frac{3}{2}$，2，$\frac{5}{2}$，…　　　　B．3，3，3，3，…

C．12，9，6，3，…　　　　D．$\frac{1}{2}$，$\frac{1}{3}$，$\frac{1}{4}$，$\frac{1}{5}$，…

3．等差数列 4，8，12，16，…的第 6 项（　　）.

A．15　　B．24　　C．25　　D．30

三、解答题

1．在等差数列$\{a_n\}$中，$a_1=3$，$d=5$．试写出这个数列的第 2 项到第 5 项.

2．写出数列 20，16，12，8，…的第 7 项.

6.2.2　等差数列的通项公式

目标点击

掌握等差数列的通项公式．在 a_1，a_n，d，n 四个量中，已知任意三个量，会利用等差数列的通项公式求出第四个量.

知识回顾

1．等差数列的通项公式为____________________.

2．如果 a、A、b 成等差数列，那么 A 叫做 a 与 b 的____________，且 A=__________.

3．三个数成等差数列，这三个数可用_________，a，_________来表示.

答疑解难

1．如何确定一个等差数列的通项公式？

答：只要知道这个数列的首项 a_1 和公差 d 就可以确定这个等差数列的通项公式.

2．-28 是不是等差数列 10，8，6，…的项？如果是，是第几项？

分析：要想判断一个数是否为该数列中的项，关键是要看是否存在一个正整数 n，使得 a_n 等于这个数.

解：由题知 $a_1=10$，$d=8-10=-2$

所以，该数列的通项公式为 $a_n=10+(n-1)\times(-2)=12-2n$

令 $12-2n=-28$，解得 $n=20$

所以，-28 是这个数列的第 20 项.

说明：①利用等差数列的通项公式可以判断一个数是不是该数列中的项；②在 a_1，a_n，d，n 四个变量中，已知任意三个变量，利用等差数列的通项公式 $a_n=a_1+(n-1)d$，便可求出第四个变量.

同步演练

练习 6.2.2

一、填空题

1．已知等差数列的 $a_1=2$，$d=4$，则第__________项为 38．

2．等差数列 5，8，11，…的第 12 项是__________．

3．−6 是 20 的等差中项是__________．

4．在等差数列 $\{a_n\}$ 中，$a_2=2$，$a_{98}=38$，则 $a_4+a_{96}=$__________．

二、选择题

1．等差数列 6，12，18，…的通项公式为（　　）．

A．$a_n=6n+6$　　B．$a_n=6n$　　C．$a_n=6n-12$　　D．$a_n=6n-6$

2．下列各数中是等差数列 3，5，7，11，…的项的是（　　）．

A．18　　B．20　　C．22　　D．21

3．100 是等差数列 4，8，12，16，…的（　　）．

A．第 15 项　　B．第 20 项　　C．第 25 项　　D．第 30 项

三、解答题

1．在等差数列 $\{a_n\}$ 中，$a_1=3$，$a_6=33$，求 d．

2．已知一个等差数列的第 4 项为 6，第 7 项为 24，求它的第 20 项．

3．已知三个数成等差数列，它们的和为 15，首末两项积为 9，求这三个数．

6.2.3　等差数列的前 n 项和公式

目标点击

掌握等差数列的前 n 项和公式，在 a_1，a_n，d，n，S_n 五个量中，已知任意三个量，会利用等差数列的通项公式与前 n 项和公式求出其余两个量．

知识回顾

1．等差数列的求和公式为________________和____________________．

2．$S_n-S_{n-1}=$__________（$n\geqslant 2$ 且 $n\in N_+$）．

答疑解难

1．如何运用等差数列的前 n 项和公式求和.

答：若已知等差数列的首项 a_1，末项 a_n 和项数 n，则用公式 $S_n=\dfrac{n(a_1+a_n)}{2}$ 求和；若已知等差数列的首项 a_1，公差 d 和项数 n，则用公式 $S_n=na_1+\dfrac{n(n-1)}{2}d$ 求和.

2．已知等差数列的某两项，如何求前若干项的和.

答：常把这两项用首项和公差表示出来，求出首项和公差再求解.

同步演练

练习　6.2.3

一、填空题

1．已知等差数列 $\{a_n\}$ 中，$a_1=-2$，$d=5$，则 $S_9=$______________.

2．已知等差数列 $\{a_n\}$ 中，$a_1=-3$，$a_8=36$，则 $S_8=$______________.

3．已知等差数列 $\{a_n\}$ 中，$a_1=5$，$a_n=95$，$S_n=500$，则 $n=$________，$d=$__________.

4．已知等差数列 $\{a_n\}$ 中，$a_1=12$，$S_{100}=1500$，则 $a_{100}=$________.

二、选择题

1．已知等差数列 $\{a_n\}$ 中，$a_1=8$，$d=2$，$a_n=64$，则 S_n 等于（　　）.

A．1040　　B．1042　　C．1044　　D．1046

2．已知等差数列 $\{a_n\}$ 中，$a_1=40$，$d=-4$，$n=12$，则 S_n 等于（　　）.

A．206　　B．216　　C．226　　D．236

3．已知等差数列 $\{a_n\}$ 中，$S_{26}=390$，则 a_1+a_{26} 等于（　　）.

A．39　　B．36　　C．33　　D．30

4．已知等差数列 $\{a_n\}$ 中，$a_3=-5$，$a_6=16$，则 S_8 等于（　　）.

A．40　　B．44　　C．48　　D．50

三、解答题

1．求等差数列−9，−6，−3，⋯，48 各项的和.

2．等差数列−6，−2，2，6，⋯的前多少项的和是 64.

6.2.4　等差数列应用举例

目标点击

1. 了解等差数列在实际问题中的应用．会通过构建数学模型将实际问题转化为数学问题.
2. 熟练掌握等差数列的通项公式和前 n 项和公式.

知识回顾

1．等差数列的通项公式 $a_n=$________.

2．等差数列的前 n 项和公式 $S_n=$________或 $S_n=$________.

答疑解难

有关等值增减等实际问题如何解决？

答：需要利用数列知识构造等差数列模型，然后再应用等差数列的通项公式和求和公式求解．建立等差数列模型时应明确是求 a_n 还是求 S_n？ n 是多少？

同步演练

练习　6.2.4

一、填空题

1．某电教室设置了 15 排座位，第一排有 20 个座位，往后每一排比前一排多 2 个座位，则该电教室共有________个座位．

2．某音乐厅，共 740 个座位，从第二排起，每一排比前一排多 2 个座位，最后一排有 56 个座位，这个音乐厅共有________排座位．

3．若一个三角形的三个内角成等差数列，则必有一个角为______度．

二、选择题

1．一种车床变速箱的 4 个齿轮的齿数成等差数列，其中首末两个齿轮的齿数分别为 20 和 47，则其余各齿轮的齿数为（　　）．

A．27，36　　B．28，27　　C．29，38　　D．3，39

2．一个堆放乒乓球的 V 形架的最下面一层放一枚乒乓球，往上每一层都比它下面一层多放一枚乒乓球，最上面一层放 150 枚，则这个 V 形架上共放着（　　）枚乒乓球．

A．11322　　B．11323　　C．11324　　D．11325

3．某出租车公司提供的汽车每天租金为 300 元，行驶每千米的附加费为 0.2 元．某天小李向这家公司租了一辆车，若行驶了 500 千米，则小李应付给租车公司（　　）．

A．300 元　　B．400 元　　C．500 元　　D．600 元

三、解答题

1．已知三个数成等差数列，其和为 15，其平方和为 83，求此三个数．

2．某林场计划第 1 年造林 4km^2，以后每年都比上一年多造林 2km^2，要使造林面积达到 54km^2，至少需要多少年？

6.3　等 比 数 列

6.3.1　等比数列的定义

目标点击

理解等比数列的概念．会用定义判断一个数列是否为等比数列．

知识回顾

如果一个数列从第 2 项起，每一项与它前一项的比都等于同一个常数，则这个数列叫做________________，这个常数叫做等比数列的______，通常用字母______表示．即________ $=\dfrac{a_2}{a_1}=\dfrac{a_3}{a_2}=\cdots=\dfrac{a_n}{a_{n-1}}(n\geqslant 2,\ n\in N_+)$

答疑解难

1．是否存在既是等差数列又是等比数列的数列？举例说明．

答：存在．如：数列 2，2，2，2，⋯ 既是公差为 0 的等差数列，又是公比为 1 的等比数列的数列．也就是说各项都不等于零的常数列既是等差数列又是等比数列．

2．等比数列中，某一项能为 0 吗？公比 q 能为 0 吗？

答：不能．因为 0 不能作分母，所以等比数列中的任何一项都不能等于 0，从而公比 q 也不能等于 0．

同步演练

练习　6.3.1

一、填空题

1．等比数列 3，9，27，81，⋯的 $a_1=$____．$q=$__________．

2．等比数列 2，4，8，16，⋯，的 $a_5=$__________．

3．在等比数列 $\{a_n\}$ 中，若 $a_2=21$，$q=7$，$a_1=$____．

4．等比数列 1，3，9，27，⋯，的 $a_6=$_____．

二、选择题

1．等比数列 5，−15，45，⋯的公比 q 等于（　　）．

A．5　　B．−5　　C．3　　D．−3

2．下列数列是等比数列的是（　　）．

A．$\dfrac{1}{2}$，$\dfrac{1}{3}$，$\dfrac{1}{4}$，$\dfrac{1}{5}$，⋯　　B．1，−3，5，−7

C．1，2，4，8，⋯　　D．2，4，6，8，⋯

3．在等比数列 $\{a_n\}$ 中，若 $a_2=2$，$a_3=8$，$q=$（　　）．

A．5　　B．4　　C．3　　D．2

三、解答题

1．在等比数列$\{a_n\}$中，$a_1=100$，$q=\dfrac{1}{2}$．试写出这个数列的第 2 项到第 4 项．

2．写出数列-9，3，-1，$\dfrac{1}{3}$，…的第 5 项到第 7 项．

6.3.2　等比数列的通项公式

目标点击

掌握等比数列的通项公式．在 a_1，a_n，q，n 四个量中，已知任意三个量，会利用等比数列的通项公式求出第四个量．能用有关知识解决一些问题．

知识回顾

1．等比数列$\{a_n\}$的通项公式是________________．（其中，a_1和q均不为零）

2．如果 a，G，b 成等比数列，则 G 叫做 a与b 的________，$G^2=$________即 $G=$________．

3．三个数成等比数列，这三个数可用__________，a，__________来表示．

答疑解难

在等比数列中，已知任意两项能否求出等比数列的通项公式？

答：能．但是结果可能不唯一．如在等比数列$\{a_n\}$中，$a_1=2$，$a_3=8$，由$a_3=a_1q^2$得$q^2=4$即$q=\pm 2$，所以这个等比数列的通项公式为$a_n=2^n$或$a_n=(-1)^{n-1}2^n$．

同步演练

练习　6.3.2

一、填空题

1．在等比数列$\{a_n\}$中，$a_3=9$，$a_4=36$，则公比$q=$___________．

2．在等比数列$\{a_n\}$中，$a_3=36$，$q=2$，则$a_1=$_____________．

3．3 和 27 的等比中项是________________．

4．已知等比数列 4，-8，16，-32，…，则$a_7=$____________．

二、选择题

1．在等比数列$\{a_n\}$中，$a_1=1$，$a_6=32$，则a_8等于（　　）．

A．32　　B．128　　C．256　　D．1024

2．在等比数列$\{a_n\}$中，$a_3=4$，$a_4=16$，则a_5等于（　　）．

A．28　　　B．32　　　C．64　　　D．128

3．在等比数列$\{a_n\}$中，$a_2=8$，$a_3=32$，则$a_1=$（　　）．

A．2　　　B．4　　　C．6　　　D．8

三、解答题

1．在等比数列$\{a_n\}$中，$a_1=6$，$q=2$，试问：这个等比数列的第几项是 96？

2．在等比数列$\{a_n\}$中，$a_2=3$，$a_4=27$，求它的通项公式．

3．三个数成等比数列，它们的和为 21，积为 64，求这三个数．

6.3.3　等比数列的前n项和公式

目标点击

掌握等比数列的前n项和公式，在a_1，a_n，q，n，S_n五个量中，已知任意三个量，会利用等比数列的通项公式与前n项和公式来求出其余两个量．

知识回顾

1．当$q\neq1$时，等比数列的前n项和的公式为____________和____________．

2．当$q=1$时，等比数列的前n项和的公式为____________．

答疑解难

1．如何运用等比数列的前n项和公式来求和？

答：当$q\neq1$时，若已知a_1、q、n，则用公式$S_n=\dfrac{a_1(1-q^n)}{1-q}$较好；若已知$a_1$、$q$、$a_n$，则用公式$S_n=\dfrac{a_1-a_nq}{1-q}$较好；当$q=1$时，用$S_n=na_1$来求和．

2．在利用等比数列的前n项和公式时，应注意什么问题？

答：应注意①公比q是否等于 1．如果不确定，应分$q=1$或$q\neq1$两种情况讨论；②项数n要准确．项数n不准确，会导致结果出错；③记清公式的结构特征及公式之间的联系．

同步演练

练习　6.3.3

一、填空题

1．在等比数列$\{a_n\}$中，$a_1+a_3=5$，$a_2+a_4=10$，则$S_4=$____________．

2．在等比数列$\{a_n\}$中，$a_1=2$，$q=-3$，则$S_5=$__________.

3．等比数列2，4，8，16，…，64各项的和等于_____________.

4．在等比数列$\{a_n\}$中，$a_1=6$，$q=2$，$S_n=378$，则$n=$_________.

二、选择题

1．在等比数列$\{a_n\}$中，$a_1=4$，$q=\dfrac{1}{2}$，则S_5等于（　　）.

A．8　　B．16　　C．$\dfrac{31}{2}$　　D．$\dfrac{31}{4}$

2．在等比数列$\{a_n\}$中，$S_5=211$，$q=\dfrac{3}{2}$，则a_1等于（　　）.

A．4　　B．8　　C．16　　D．32

3．在等比数列$\{a_n\}$中，$a_1=1$，$q=3$，$S_n=121$，则n等于（　　）.

A．5　　B．6　　C．7　　D．8

4．在等比数列$\{a_n\}$中，$S_4=90$，$q=2$，则a_5等于（　　）.

A．92　　B．94　　C．96　　D．98

三、解答题

1．等比数列1，−2，4，−8，…的前多少项的和是-21？

2．已知等比数列的前3项的和为$\dfrac{9}{2}$，第3项为$\dfrac{3}{2}$，求它的前10项的和.

6.3.4　等比数列应用举例

目标点击

1. 了解等比数列在实际问题中的应用.
2. 熟练掌握等比数列的通项公式和前n项和公式.

知识回顾

1．等比数列的通项公式$a_n=$______________.

2．等比数列的前n项和公式($q\neq1$) $S_n=$__________或$S_n=$____________.

3．复利：指经过一段时间，将所生的利息和本金一起作为_______，再计算利息.

答疑解难

有关平均增长率、利率（复利）等实际问题如何解决？

答：需要利用数列知识构造等比数列模型，然后再应用等比数列的通项公式和求和公式求解．建立数列模型时应明确是求a_n还是求S_n？n是多少？

同步演练

练习　6.3.4

一、填空题

1．小王于 2010 年 3 月 12 日按一年期整存整取方式存入银行 a 元，年利率是 $i\%$，如果每过一年连本带息转存，那么 5 年后取出时有____________元．

2．某化肥厂 2003 年元月份生产化肥 100 吨，如果平均每月的产量比上一个月增长 10%，则该化肥厂在 2003 年第一季度共生产____________吨化肥．

3．某厂 2008 年的产量为 a，年增长率为 b，则 2011 年该厂的产量是________．

二、选择题

1．某工厂去年总产值为 a，计划今后 5 年内每年比上一年增长 10%，那么这 5 年的最后一年的总产值是（　　）．

A．1.1^4a　　B．1.1^5a　　C．1.1^6a　　D．$(1+1.1^5)a$

2．计算机的成本不断降低，若每个 3 年价格降低$\frac{1}{3}$，现在价格为 8100 元的计算机，9 年后价格可降为（　　）元．

A．2400　　B．900　　C．300　　D．3600

3．等比数列｛a_n｝中，a_3，a_5 是 $2x^2+11x+20=0$ 的两根，那么 $a_1a_7=$（　　）．

A．10　　B．-5　　C．$\frac{11}{2}$　　D．$-\frac{11}{2}$

三、解答题

1．某企业 2010 年生产某种电子产品 200 台，如果平均每年的产量比上一年增长 20%，则该企业从 2010 年到 2015 年共生产多少台这种电子产品？

2．已知等差数列$\{a_n\}$中，$a_1=6$，$a_2=8$，若将 a_1，a_4，a_5 都加上同一个数，所得三个数依次成等比数列，所加的这个数是多少？

数列自我测验题

A组

一、填空题

1．等差数列−4，0，4，8，…的第25项$a_{25}=$__________.

2．在等比数列$\{a_n\}$中，$a_1=8$，$q=2$，则$S_{10}=$__________.

3．在等差数列$\{a_n\}$中，$S_{20}=300$，则$a_1+a_{20}=$__________.

4．在等差数列$\{a_n\}$中，$a_1=7$，$a_{50}=33$，则$a_3+a_{48}=$__________.

5．在等比数列$\{a_n\}$中，$a_2a_8=9$，则$a_5=$__________.

6．在等差数列$\{a_n\}$中，$a_2+a_3=12$，$a_4+a_5=18$，则$a_6+a_7=$__________.

二、选择题

1．−31是等差数列5，1，−3，−7，…的（　　）.

A．第10项　　B．第11项　　C．第12项　　D．第13项

2．等比数列$\frac{1}{3}$，$\frac{1}{2}$，$\frac{3}{4}$，$\frac{9}{8}$，…的公比q等于（　　）.

A．$\frac{1}{6}$　　B．$\frac{3}{2}$　　C．$\frac{2}{3}$　　D．6

3．在等比数列$\{a_n\}$中，$a_3=12$，$a_5=18$，则a_7等于（　　）.

A．24　　B．25　　C．26　　D．27

4．两个数的等差中项为10，等比中项为8，则这两个数是（　　）.

A．2，18　　B．4，16　　C．5，15　　D．9，27

5．在等差数列$\{a_n\}$中，若$a_5+a_{26}=40$，则S_{30}等于（　　）.

A．400　　B．500　　C．600　　D．700

三、解答题

1．在等差数列$\{a_n\}$中，$a_1=1$，$a_{10}=64$，求d和S_{10}.

2．在等比数列$\{a_n\}$中，$q=-2$，$S_6=189$，求a_1和a_6.

B 组

解答题

1．数列$\{a_n\}$的通项公式是$a_n = 8n - 3$，$n \in N^*$，试问：$\{a_n\}$是不是等差数列？为什么？

2．夏季某山上的温度从山脚起，每升高 50m 气温降低 0.3℃，山脚处的温度是 32.6℃，山顶处的温度是 5.6℃，求此山的山顶相对山脚的高度.

第 7 章　平 面 向 量

7.1　平面向量的概念及线性运算

7.1.1　平面向量

目标点击

了解向量的有关概念，会用有向线段表示向量，能根据图形判定向量是否平行、相等.

知识回顾

1．既有______，又有_____的量叫做向量；______和_____是向量的两个要素.

2．平面上带有指向的线段（有向线段）叫做_______．以 A 为起点，B 为终点的向量记作______．向量也可以用小写黑体英文字母表示，如 $\boldsymbol{a}$；注意：手写时应在字母上面加箭头，如 $\vec{a}$.

3．向量的_____叫做向量的模．向量 $\overrightarrow{AB}$，$\boldsymbol{a}$ 的模依次记作_______，______.

4．模为______的向量叫做零向量，记作____；模为______的向量叫做单位向量.

5．方向相同或相反的两个非零向量叫做互相_______，又叫做________．零向量与任何一个向量平行.

6．模相等并且________的向量称为相等的向量；与向量 $\boldsymbol{a}$ 的模相等，且方向相反的向量叫做 $\boldsymbol{a}$ 的______，记作_____.

答疑解难

1．0 和 $\mathbf{0}$ 表示的含义相同吗？

答：不相同．0 表示数量，只有大小，没有方向；而 $\mathbf{0}$ 表示向量，既有大小，又有方向.

2．实数可以比较大小，向量可以比较大小吗？

答：不能，长度相等且方向相同的两个向量表示相等向量，两个向量之间只有相等关系，没有大小之分，“对于向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$，$\boldsymbol{a}>\boldsymbol{b}$，或 $\boldsymbol{a}<\boldsymbol{b}$” 的说法是错误的.

3．若 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 都是单位向量，则 $\boldsymbol{a}=\boldsymbol{b}$ 一定成立吗？

答：不一定．$\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 都是单位向量，说明 $|\boldsymbol{a}|=|\boldsymbol{b}|=1$，但是 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的方向不一定相同.

同步演练

练习　7.1.1

一、填空题

1．$|\mathbf{0}|=$_____.

2．若 $\boldsymbol{a}$ 是单位向量，则$|\boldsymbol{a}|=$ ______.

3．在平行四边形 $ABCD$ 中，与 $\overrightarrow{AB}$ 相等的向量为__________.

4．如果两个非零向量共线，那么这两个向量的方向____________.

二、选择题

1．下列量不是向量的是（　　）.

A．力　　B．位移　　C．速度　　D．面积

2．下列命题中，正确的是（　　）.

A．若$|\boldsymbol{a}|=|\boldsymbol{b}|$，则 $\boldsymbol{a}=\boldsymbol{b}$　　B．若 $\boldsymbol{a}=\boldsymbol{b}$，则 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 是平行向量

C．若$|\boldsymbol{a}|>|\boldsymbol{b}|$，则 $\boldsymbol{a}>\boldsymbol{b}$　　D．若 $\boldsymbol{a}\neq\boldsymbol{b}$，则向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 不共线

3．若向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 是两个不平行的非零向量，并且 $\boldsymbol{a}/\!/\boldsymbol{c}$，$\boldsymbol{b}/\!/\boldsymbol{c}$，则向量 $\boldsymbol{c}$ 等于（　　）.

A．$\boldsymbol{0}$　　B．$\boldsymbol{a}$　　C．$\boldsymbol{b}$　　D．不存在这样的向量

4．向量 $\overrightarrow{AB}$ 的负向量为（　　）.

A．$\overrightarrow{AB}$　　B．$\overrightarrow{BA}$　　C．$-\overrightarrow{BA}$　　D．$\boldsymbol{0}$

三、解答题

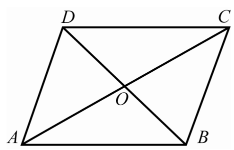
1．在三角形 ABC 中，D、E、F 分别是边 AB、BC、CA 的中点，写出

（1）与 $\overrightarrow{DF}$ 相等的向量；

（2）与 $\overrightarrow{BE}$ 共线的向量；

（3）$\overrightarrow{AF}$ 的负向量.

2．如图，四边形 $ABCD$ 中，$\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{BC}$，



（1）找出与 $\overrightarrow{OC}$ 相等的向量.

（2）找出与 $\overrightarrow{OC}$ 共线的向量.

3．一个学生从 A 点出发，向西走 200m 到达 B 点，接着向北偏东 30° 走 300m 到达 C 点，然后再向东北方向走 100m 到达 D 点．选择适当的比例尺，用向量表示这个学生的位移.

7.1.2　平面向量的加法

目标点击

理解向量求和的三角形法则和平行四边形法则，并理解其几何意义，会利用求和法则求向量的和.

知识回顾

1．已知向量 $\boldsymbol{a}$、$\boldsymbol{b}$，在平面上任取一点 A，作 $\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{BC}=\boldsymbol{b}$，则向量_____叫做向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的和（或______），记作________，这个作图法则叫做向量求和的____________法则.

2．在平行四边形 $ABCD$ 中，______所表示的向量就是 $\overrightarrow{AB}$ 与 $\overrightarrow{AD}$ 的和，这种求和的方法叫做向量求和的_____________法则.

3．向量的加法具有以下的性质：

（1）$\boldsymbol{a}+\boldsymbol{0}=\boldsymbol{0}+$____ $=$ ____；

（2）$\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=$ _______；

（3）$(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})+\boldsymbol{c}=\boldsymbol{a}+(\boldsymbol{b}+$ ____ $)$.

答疑解难

1．用向量加法的三角形法则求和应该注意什么？

答：用向量加法的三角形法则求和，要注意“**首尾相连**”，即：后一个向量的起点与前一个向量的终点重合.

2．对于两个共线的向量，向量求和的三角形法则和平行四边形法则适用吗？

答：三角形法则适用，平行四边形法则不适用.

同步演练

练习　7.1.2

一、填空题

1．$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=$________.

2．$\boldsymbol{a}+(-\boldsymbol{a})=$ ________.

3．$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{DE}=$__________.

4．设 $\boldsymbol{a}$ 表示“向西走 4 km”，$\boldsymbol{b}$ 表示“向南走 4km”，则 $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$ 表示__________.

二、选择题

1．$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BA}=$(　　).

A．0　　B．$\boldsymbol{0}$　　C．$\overrightarrow{AB}$　　D．$\overrightarrow{BA}$

2．$\boldsymbol{a}+\boldsymbol{0}=$(　　).

A．$\boldsymbol{a}$　　B．$-\boldsymbol{a}$　　C．$\boldsymbol{0}$　　D．0

3．$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{DB}=$(　　).

A．$\overrightarrow{AB}$　　B．$\overrightarrow{AD}$　　C．$\boldsymbol{0}$　　D．0

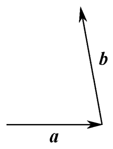
三、解答题

1．求下列各组向量的和向量

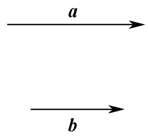
（1）$\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{AD}$　　　　（2）$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{BC}$

2．已知下列各组向量 ***a***，***b***，求作 ***a***+***b***.

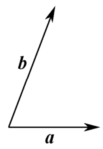
（1）



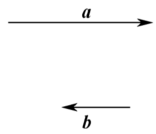
（2）



（3）



（4）



7.1.3　平面向量的减法

目标点击

理解向量减法的运算法则及几何意义，会求两个向量的差.

知识回顾

1．向量作减法运算时，减去一个向量等于加上这个向量的______，即 ***a***−***b***=______.

2．已知向量 ***a***、***b***，作 $\overrightarrow{OA}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{OB}=\boldsymbol{b}$，则向量______叫作向量 ***a*** 与 ***b*** 的差，记作_____.

答疑解难

1．用向量的减法法则求两个向量的差应该注意什么？

答：用向量的减法法则求两个向量的差，要注意“**起点相同**”.

2．计算 $(\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{CD})-(\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{BD})$.

分析：可以利用向量减法定义，将减法转化为加法进行运算；也可以用运算率整理，将有公共起点的向量放在一起，利用减法进行运算.

解法 1 （转化为加法）

$$\begin{aligned}(\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{CD})-(\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{BD})&=\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{CD}-\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BD}\\&=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{BD}\\&=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BD}+\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{CA}\ =\mathbf{0}.\end{aligned}$$

解法 2 （利用减法法则）

$$\begin{aligned}(\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{CD})-(\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{BD})&=\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{CD}-\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BD}\\&=(\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC})-\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{BD}\\&=\overrightarrow{CB}-\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{BD}\\&=\overrightarrow{DB}+\overrightarrow{BD}=\mathbf{0}.\end{aligned}$$

说明：本例中的两种解法都是基本方法，第一种方法是最常用的方法.

同步演练

练习 7.1.3

一、填空题

1．$\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AD}=$________．

2．$\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{OB}=$ ________．

3．$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}-\overrightarrow{CB}=$__________．

4．$\overrightarrow{MD}-\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{MA}=$__________．

二、选择题

1．$\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{DC}=$（　　）．

A．$\overrightarrow{AC}$　　B．$\overrightarrow{CB}$　　C．$\overrightarrow{BC}$　　D．$\overrightarrow{AD}$

2．下列等式正确的个数是（　　）．

① $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{0}=\boldsymbol{a}$　② $\boldsymbol{b}+\boldsymbol{a}=\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$　③ $-(-\boldsymbol{a})=\boldsymbol{a}$　④ $\boldsymbol{a}+(-\boldsymbol{a})=\boldsymbol{0}$　⑤ $\boldsymbol{a}+(-\boldsymbol{b})=\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$

A．2 个　　B．3 个　　C．4 个　　D．5 个

3．在▱$ABCD$ 中，$\overrightarrow{BC}-\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{BA}$ =（　　）．

A．$\overrightarrow{BC}$　　B．$\overrightarrow{CA}$　　C．$\overrightarrow{AB}$　　D．$\overrightarrow{AC}$

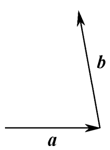
三、解答题

1．计算（1）$\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{CO}+\overrightarrow{BO}-\overrightarrow{OC}$；　　（2）$\overrightarrow{NQ}+\overrightarrow{QP}+\overrightarrow{MN}-\overrightarrow{MP}$．

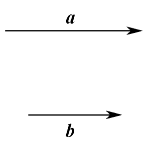
2．如图，▱$ABCD$ 中，$\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{AD}=\boldsymbol{b}$，用 $\boldsymbol{a}$、$\boldsymbol{b}$ 表示 $\overrightarrow{AC}$ 和 $\overrightarrow{DB}$．

3．已知下列各组向量 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$，求作 $\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$．

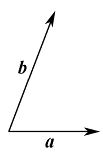
（1）



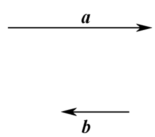
（2）



（3）



（4）



7.1.4　平面向量的数乘运算

目标点击

理解数乘向量的运算及其运算律会进行向量的线性运算，理解向量平行的条件，会用向量的平行条件解决简单的问题.

知识回顾

1．____与____的乘法运算叫做向量的数乘运算，实数λ与向量 $\boldsymbol{a}$ 的积是一个向量，记作______，它的模为$|\lambda\boldsymbol{a}|$=_____．若$|\lambda\boldsymbol{a}|\neq 0$，则当$\lambda>0$时，$\lambda\boldsymbol{a}$ 的方向与 $\boldsymbol{a}$ 的方向____；当$\lambda<0$时，$\lambda\boldsymbol{a}$ 的方向与 $\boldsymbol{a}$ 的方向_______；当$\lambda=0$或$\boldsymbol{a}=\boldsymbol{0}$时，$\lambda\boldsymbol{a}$=______.

2．对于任意向量 $\boldsymbol{a}$、$\boldsymbol{b}$，当 $\boldsymbol{b}\neq 0$ 时，有 $\boldsymbol{a}/\!/\boldsymbol{b}\Leftrightarrow$ ____________.

3．设λ、μ为实数，数乘向量满足的运算律有：

（1）$1\boldsymbol{a}$ =_____；$(-1)\boldsymbol{a}$ =_______；

（2）$\lambda(\mu\ \ \boldsymbol{a})$ =_______________ = _______________；

（3）$(\lambda+\mu)\boldsymbol{a}$ =_______________；

（4）$\lambda(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})$=_______________.

4．向量的_____、______、______运算都叫做向量的线性运算．**运算结果仍然是向量.**

答疑解难

1．在向量的平行条件中，为什么要强调 $\boldsymbol{b}\neq\boldsymbol{0}$？

答：因为 $\boldsymbol{b}$ =0 而 $\boldsymbol{a}\neq 0$ 时，$\boldsymbol{a}/\!/\boldsymbol{b}$，但对于任何一个实数$\lambda$，$\boldsymbol{a}\neq\lambda\boldsymbol{b}$.

2．解关于 $\boldsymbol{x}$ 的方程：$3\boldsymbol{a}+4(\boldsymbol{b}-\boldsymbol{x})=\boldsymbol{0}$.

解：原方程可变形为　$3\boldsymbol{a}+4\boldsymbol{b}-4\boldsymbol{x}=\boldsymbol{0}$　················（去括号）

$4\boldsymbol{x}=3\boldsymbol{a}+4\boldsymbol{b}$　·············（移项）

$$\boldsymbol{x}=\frac{3}{4}\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}.$$

说明：从以上解题过程可以看出，向量的线性运算类似于实数加法与乘法的运算（但是数乘向量与实数的乘法在本质上不同），去括号、合并同类项、移项等法则在向量的线性运算中仍然适用.

同步演练

练习　7.1.4

一、填空题

1．$0\boldsymbol{a}$ = ________.

2．对任意实数λ，$\lambda\boldsymbol{0}$ = ________.

3．化简 $3\boldsymbol{a}-2(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})-(\boldsymbol{c}+2\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})$ = __________.

4．已知向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 反向，$|\boldsymbol{a}|$=2，$|\boldsymbol{b}|$=7，则 $\boldsymbol{a}$=______$\boldsymbol{b}$.

5．关于 $\boldsymbol{x}$ 的方程 $5(\boldsymbol{x}+\boldsymbol{a})+3(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{b})=\boldsymbol{0}$ 的解为________________.

二、选择题

1．已知向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 同向，$|\boldsymbol{a}|$=2，$|\boldsymbol{b}|$=1，下列式子成立的是（　　）.

A．$\boldsymbol{a}=2\boldsymbol{b}$　　B．$\boldsymbol{a}=\frac{1}{2}\boldsymbol{b}$　　C．$\boldsymbol{a}=-\boldsymbol{b}$　　D．$\boldsymbol{a}=-\frac{1}{2}\boldsymbol{b}$

2．λ 是实数，则下列命题正确的是（　　）．

A．$|\lambda \boldsymbol{a}|=\lambda|\boldsymbol{a}|$　　B．$|\lambda \boldsymbol{a}|=|\lambda|\boldsymbol{a}$　　C．$|\lambda \boldsymbol{a}|=|\lambda||\boldsymbol{a}|$　　D．$|\lambda \boldsymbol{a}|>0$

3．已知 $\boldsymbol{a}$、$\boldsymbol{b}$ 都是单位向量，并且 $\boldsymbol{a}/\!/\boldsymbol{b}$，则 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的关系为（　　）．

A．$\boldsymbol{a}=\boldsymbol{b}$　　B．$\boldsymbol{a}=-\boldsymbol{b}$　　C．$\boldsymbol{a}=\boldsymbol{b}$ 或 $\boldsymbol{a}=-\boldsymbol{b}$　　D．无法确定

4．若 $\boldsymbol{a}=-\frac{2}{3}\boldsymbol{b}$，则 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的关系为（　　）．

A．共线　　B．同向　　C．互为负向量　　D．无法确定

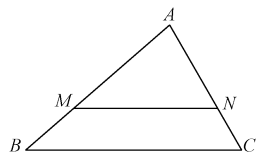
三、解答题

1．化简：$5(3\boldsymbol{a}-2\boldsymbol{b})+4(2\boldsymbol{b}-3\boldsymbol{a})$．

2．根据下列各题中的条件，判断四边形 $ABCD$ 的形状．

① $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$；　　② $\overrightarrow{AB}=2\overrightarrow{DC}$

3．如图，M、N 分别是△ABC 的边 AB、AC 上的点，并且 $AM=\frac{2}{3}AB$，$AN=\frac{2}{3}AC$，证明：$MN /\!/ BC$，且 $MN=\frac{2}{3}BC$．



7.2　平面向量的坐标表示

7.2.1　平面向量的坐标

目标点击

了解平面向量的坐标表示，掌握向量坐标与点的坐标之间的关系，会进行点的坐标与向量坐标的转化.

知识回顾

1．设 $\boldsymbol{i}$，$\boldsymbol{j}$ 分别为 x 轴、y 轴的单位向量，对任意向量 $\boldsymbol{a}$，都存在一对有序实数$(x，y)$，使得 $\boldsymbol{a}=x\boldsymbol{i}+y\boldsymbol{j}$．则________叫做向量 $\boldsymbol{a}$ 的坐标，记作 $\boldsymbol{a}=$________．

2．已知点 A 的坐标为$(x_1，y_1)$，点 B 的坐标为$(x_2，y_2)$，O 为坐标原点，则$\overrightarrow{OA}=$________；$\overrightarrow{OB}=$__________；$\overrightarrow{AB}=$__________．

答疑解难

1．在平面直角坐标系中，表示点的坐标与向量的坐标时应该注意什么？

答：向量 $\boldsymbol{a}=(x，y)$ 中间用等号连接，而点的坐标 $A(x，y)$ 中间没有等号．

2．向量的坐标与点的坐标有何关系？什么时候点的坐标就是向量的坐标？

答：（1）一个向量的坐标等于它的终点坐标减去起点坐标．

（2）只有当起点在原点时，向量的坐标才与它的终点坐标相同．

同步演练

练习　7.2.1

一、填空题

1．设 $\boldsymbol{i}$，$\boldsymbol{j}$ 分别为 x 轴、y 轴的单位向量，$\boldsymbol{a}=2\boldsymbol{i}+3\boldsymbol{j}$，则 $\boldsymbol{a}$ 的坐标为________．

2．已知 $A(2，-1)$，则$\overrightarrow{OA}=$__________．

3．已知 $A(2，0)$，$B(0，3)$，则$\overrightarrow{AB}=$__________．

4．$\boldsymbol{0}$ 的坐标为__________．

二、选择题

1．已知 $M(4，-6)$，$N(2，0)$，则$\overrightarrow{MN}=$（　　）．

A．$(2，6)$　　B．$(-2，6)$　　C．$(2，-6)$　　D．$(-2，-6)$

2．已知点 $B(-2，5)$，$\overrightarrow{AB}=(3，3)$，则点 A 的坐标是（　　）．

A．$(-5，2)$　　B．$(5，-2)$　　C．$(1，8)$　　D．$(1，2)$

3．已知 $A(3，5)$，$\overrightarrow{AB}=(2，-2)$，则点 B 的坐标为（　　）．

A．$(5，3)$　　B．$(-1，-7)$　　C．$(1，7)$　　D．$(1，3)$

三、解答题

1．已知 $A(1，2)$，$B(3，-1)$，求向量$\overrightarrow{AB}$与$\overrightarrow{BA}$的坐标．

2．在▱$ABCD$ 中，已知点 $A(0，2)$，$B(-4，1)$，$C(1，2)$，求点 D 的坐标．（提示：可利用$\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{BC}$）

7.2.2　向量线性运算的坐标表示

目标点击

了解向量坐标的线性运算法则，会进行向量坐标的线性运算.

知识回顾

设 $\boldsymbol{a}=(x_1, y_1)$，$\boldsymbol{b}=(x_2, y_2)$，则 $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=$____________；$\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}=$____________；若 $\lambda \in R$，$\lambda \boldsymbol{a}=$____________.

答疑解难

1．在进行向量坐标的加法（或减法）运算时应注意什么？

答：在进行向量坐标的加法（或减法）运算时应注意：是相应坐标的和（或差）. 即横坐标与横坐标相加（或相减），纵坐标与纵坐标相加（或相减）.

2．已知 $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=(2, 3)$，$\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}=(-2, 1)$，求 $\boldsymbol{a}$ 的坐标.

分析：可以采用类似于解方程组的方法计算.

解：将已知的两个式子相加得：$2\boldsymbol{a}=(0, 4)$，所以 $\boldsymbol{a}=(0, 2)$.

同步演练

练习　7.2.2

一、填空题

1．已知 $\boldsymbol{a}=(-1, 2)$，$\boldsymbol{b}=(1, 0)$，则 $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=$____________.

2．已知 $\boldsymbol{a}=(1, 2)$，$\boldsymbol{b}=(3, 5)$，则 $\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}=$____________.

3．已知 $\boldsymbol{a}=(-1, 2)$，则 $-2\boldsymbol{a}=$ ____________.

4．已知 $\boldsymbol{a}=(2, 1)$，$\boldsymbol{b}=(3, m)$，且 $3\boldsymbol{a}=2\boldsymbol{b}$，则实数 $m=$______.

二、选择题

1．已知 $\boldsymbol{a}=(0, -2)$，$\boldsymbol{b}=(1, 0)$，则 $\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b}=$（　　）.

A．(2，−2)　　B．(2，2)　　C．(2，0)　　D．(2，−4)

2．已知 $\boldsymbol{a}=(-1, 1)$，$\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=(3, 4)$，则 $\boldsymbol{b}=$（　　）.

A．(4，3)　　B．(2，3)　　C．(2，5)　　D．(−4，3)

3．已知 $A(2, -4)$，$B(0, 6)$，$C(-8, 10)$，求 $\overrightarrow{AB}+2\overrightarrow{BC}$ 的坐标为（　　）.

A．(−2，10)　　B．(−8，4)　　C．(−18，18)　　D．(18，18)

三、解答题

1．已知向量 $\boldsymbol{a}=(-2, 4)$，$\boldsymbol{b}=(1, 3)$，计算：$\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$，$\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$，$2\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$ 的坐标.

2．已知 $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=(2, -3)$，$\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}=(4, -1)$，求 $\boldsymbol{a}$、$\boldsymbol{b}$ 的坐标.

7.2.3　共线向量的坐标表示

目标点击

了解共线向量的坐标表示，会由向量的坐标判断向量是否共线.

知识回顾

如果 $\boldsymbol{a}=(a_1，a_2)$，$\boldsymbol{b}=(b_1，b_2)$，则 $\boldsymbol{a}/\!/\boldsymbol{b}\Leftrightarrow$ ________________.

答疑解难

1．设 $\boldsymbol{a}=(a_1，a_2)$，$\boldsymbol{b}=(b_1，b_2)$，公式 $\boldsymbol{a}/\!/\boldsymbol{b}\Leftrightarrow a_1b_2-a_2b_1=0$ 中，要求 $\boldsymbol{a}\neq 0$，$\boldsymbol{b}\neq 0$ 吗？

答：不要求．公式虽然是由 $\boldsymbol{a}\neq\boldsymbol{0}$，$\boldsymbol{b}\neq\boldsymbol{0}$ 推导出来的，但是对于 $\boldsymbol{a}=\boldsymbol{0}$ 或 $\boldsymbol{b}=\boldsymbol{0}$ 时仍然成立.

2．向量 $\boldsymbol{a}=(a_1，a_2)$，$\boldsymbol{b}=(b_1，b_2)$，$\boldsymbol{a}/\!/\boldsymbol{b}$ 的坐标表示有什么特征？

答：$\boldsymbol{a}/\!/\boldsymbol{b}\Leftrightarrow a_1b_2-a_2b_1=0$，可以简单记作“交叉相乘差为 0”.

同步演练

练习　7.2.3

一、填空题

1．如果 $\boldsymbol{a}=(1，2)$，$\boldsymbol{b}=(-2，y)$，且 $\boldsymbol{a}/\!/\boldsymbol{b}$，则 $y=$________.

2．已知 $\boldsymbol{a}=(5，m)$，$\boldsymbol{b}=(n，-1)$，且 $\boldsymbol{a}/\!/\boldsymbol{b}$，则实数 m 与 n 的关系为___________.

3．已知向量 $\boldsymbol{a}=(2，-1)$，$\boldsymbol{b}=(-1，m)$，$\boldsymbol{c}=(-1，2)$，若$(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})/\!/\boldsymbol{c}$，则 $m=$ ________.

4．如果点 $A(-1，3)$，$B(0，1)$，$C(2，y)$三点共线，则 $y=$__________.

二、选择题

1．$\boldsymbol{a}=(0，2)$，$\boldsymbol{b}=(0，-3)$，$\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 是（　　）.

A．共线向量　　B．互为负向量　　C．相等向量　　D．和为 $\boldsymbol{0}$

2．下列各组向量共线的是（　　）.

A．$\boldsymbol{a}=(2，3)$，$\boldsymbol{b}=(-4，6)$　　B．$\boldsymbol{a}=(1，2)$，$\boldsymbol{b}=(-4，8)$

C．$\boldsymbol{a}=(2，3)$，$\boldsymbol{b}=(4，6)$　　D．$\boldsymbol{a}=(1，2)$，$\boldsymbol{b}=(2，1)$

3．已知两点 $M(1，2)$，$N(3，4)$，则与 $\overrightarrow{MN}$ 共线的单位向量是（　　）.

A．$(2，2)$　　B．$(-2，-2)$ 或$(2，2)$

C．$\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}，\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)$　　D．$\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}，\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)$或$\left(-\dfrac{\sqrt{2}}{2}，-\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)$

三、解答题

1．已知 $A(2，0)$，$B(-1，3)$，向量 $\boldsymbol{a}=(2k，6)$且 $\boldsymbol{a}/\!/\overrightarrow{AB}$，求 k 的值.

2．已知 $\boldsymbol{a}=(-1，2)$，$\boldsymbol{b}=(2，5)$，当 k 是何值时，$k\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$ 与 $\boldsymbol{a}-2\boldsymbol{b}$ 平行？

7.3　平面向量的内积

7.3.1　平面向量的内积

目标点击

了解两个向量内积的概念，会找两个向量的夹角，能解决简单的有关向量的内积的问题.

知识回顾

1．已知两个非零向量 $\boldsymbol{a}$ 和 $\boldsymbol{b}$，作 $\overrightarrow{OA}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{OB}=\boldsymbol{b}$，则________就叫做向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的夹角，记作__________；我们规定 $\langle\boldsymbol{a}，\boldsymbol{b}\rangle$ 的取值范围是：______________；当 $\langle\boldsymbol{a}，\boldsymbol{b}\rangle=90^\circ$ 时，我们说向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$______，记作________.

2．两个向量 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$ 的模与 $\cos\langle\boldsymbol{a}，\boldsymbol{b}\rangle$ 之积叫做______，记作_____，即________________.

3．对任意向量 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$，（1）$\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{b}\ \Leftrightarrow$ ____________；（2）$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{a}=$__________即____________.

答疑解难

1．为什么两个向量的内积是一个实数？

答：两个向量的内积是这两个向量的模和它们的夹角的余弦值的乘积，它们都是实数，所以它们的乘积是一个实数，因此两个向量的内积是一个实数．它可正可负，也可能是0，这由它们的夹角的余弦值来决定．两个向量的内积又称为两个向量的数量积.

说明：两个向量的内积的符号，与实数乘以实数、数乘向量的符号不同，乘号“·”不能省略.

2．非零向量的内积满足结合律 $(\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b})\boldsymbol{c}=\boldsymbol{a}(\boldsymbol{b}\cdot\boldsymbol{c})$ 吗？

答：不一定满足．对于任意非零向量 $\boldsymbol{a}$、$\boldsymbol{b}$、$\boldsymbol{c}$，$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}$ 与 $\boldsymbol{b}\cdot\boldsymbol{c}$ 都是实数，所以 $(\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b})\boldsymbol{c}$ 是与向量 $\boldsymbol{c}$ 共线的向量，而 $\boldsymbol{a}(\boldsymbol{b}\cdot\boldsymbol{c})$ 是与向量 $\boldsymbol{a}$ 共线的向量，当向量 $\boldsymbol{a}$ 与向量 $\boldsymbol{c}$ 不共线时，$(\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b})\boldsymbol{c}\neq\boldsymbol{a}(\boldsymbol{b}\cdot\boldsymbol{c})$；当向量 $\boldsymbol{a}$ 与向量 $\boldsymbol{c}$ 共线时，$(\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b})\boldsymbol{c}$ 与 $\boldsymbol{a}(\boldsymbol{b}\cdot\boldsymbol{c})$ 有可能相等.

同步演练

练习　7.3.1

一、填空题

1．$\boldsymbol{0}\cdot\boldsymbol{0}=$ ________ ；$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{0}=$ ________.

2．如果 $|\boldsymbol{a}|=1$，$|\boldsymbol{b}|=2$，$\langle\boldsymbol{a}，\boldsymbol{b}\rangle=180^\circ$，则 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=$ ____________.

3．如果 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=-3$，$|\boldsymbol{a}|=4$，$|\boldsymbol{b}|=2$，则 $\cos\langle\boldsymbol{a}，\boldsymbol{b}\rangle=$ ____________.

4．已知 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=-2\sqrt{2}$，$|\boldsymbol{a}|=2$，且向量 $\boldsymbol{a}$ 与向量 $\boldsymbol{b}$ 的夹角为 135°，则 $|\boldsymbol{b}|=$____________.

5．已知 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{a}=9$，则 $|\boldsymbol{a}|=$__________.

二、选择题

1．如果$|\boldsymbol{a}|=1$，$|\boldsymbol{b}|=2$，$\langle \boldsymbol{a}, \boldsymbol{b} \rangle=90^\circ$，则 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}$ 为（　　）.

A．0　　B．$\mathbf{0}$　　C．2　　D．-2

2．已知$|\boldsymbol{a}|=3$，$|\boldsymbol{b}|\cos\langle \boldsymbol{a}, \boldsymbol{b} \rangle=-2$，则 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}$ 为（　　）.

A．-6　　B．6　　C．5　　D．-5

3．在边长为 2 的等边$\triangle ABC$ 中，$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{BC}$ 的值为（　　）.

A．4　　B．-4　　C．2　　D．-2

三、解答题

1．已知，$|\boldsymbol{a}|=3$，$|\boldsymbol{b}|=2$，且 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$ 的夹角为60°，求$(\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b})\cdot(\boldsymbol{a}-3\boldsymbol{b})$.

2．已知$|\boldsymbol{a}|=2$，$|\boldsymbol{b}|=3$，$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=3$，求 $|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|$.

7.3.2　内积的坐标表示

目标点击

了解向量内积的坐标表示，能根据向量的坐标解决简单的有关向量长度、夹角和垂直的问题.

知识回顾

1．如果向量 $\boldsymbol{a}=(a_1, a_2)$，$\boldsymbol{b}=(b_1, b_2)$，则 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=$______________.

2．已知向量 $\boldsymbol{a}=(a_1, a_2)$，则$|\boldsymbol{a}|=$________________.

3．如果 $\boldsymbol{a}=(a_1, a_2)$，$\boldsymbol{b}=(b_1, b_2)$，则 $\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{b}\Leftrightarrow$ ________________.

答疑解难

1．向量 $\boldsymbol{a}=(a_1, a_2)$，$\boldsymbol{b}=(b_1, b_2)$，$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}$ 的坐标表示有什么特征？

答：$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=a_1b_1+a_2b_2$，即“两个向量的内积等于它们对应坐标乘积的和”.

2．已知 $\boldsymbol{a}=(3, -1)$，$\boldsymbol{b}=(1, -2)$，求$(2\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})\cdot(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})$.

解：$2\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=2(3, -1)+(1, -2)=(7, -4)$，$\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}=(3, -1)-(1, -2)=(2, 1)$，

所以$(2\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})\cdot(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})=7\times2+(-4)\times1=10$.

同步演练

练习　7.3.2

一、填空题

1．已知 $\boldsymbol{a}=(1, -2)$，$\boldsymbol{b}=(3, 1)$，则 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=$________.

2．已知 $A(-1, 3)$，$B(1, 2)$，则$\overrightarrow{AB}=$________；$|\overrightarrow{AB}|=$________________.

3．已知 $\boldsymbol{a}=(2，-2)$，则$|\boldsymbol{a}|=$__________.

4．已知 $\boldsymbol{a}=(3，-2)$，$\boldsymbol{b}=(0，1)$，则 $5\boldsymbol{a}\cdot 3\boldsymbol{b}=$___________.

二、选择题

1．已知$|\boldsymbol{a}|=5$，$\boldsymbol{a}=(k，-3)$，则 k 的值是（　　）.

A．-4　　B．4　　C．± 4　　D．-2

2．已知 $\boldsymbol{a}=(1，-2)$，$\boldsymbol{b}=(m，1)$，且 $\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{b}$，则 m 的值是（　　）.

A．$-\dfrac{1}{2}$　　B．$\dfrac{1}{2}$　　C．-2　　D．2

3．若 $\boldsymbol{a}=(3，4)$，$\boldsymbol{b}=(5，12)$，则 $\cos<\boldsymbol{a}，\boldsymbol{b}>$为（　　）.

A．$\dfrac{63}{65}$　　B．$\dfrac{33}{65}$　　C．$-\dfrac{33}{65}$　　D．$-\dfrac{63}{65}$

三、解答题

1．若 $\boldsymbol{a}=(3，2)$，$\boldsymbol{b}=(0，-1)$，求 $\boldsymbol{a}-2\boldsymbol{b}$ 的模.

2．已知 $\boldsymbol{a}=(1，-1)$，$\boldsymbol{b}\perp\boldsymbol{a}$，且$|\boldsymbol{b}|=\sqrt{2}$，求向量 $\boldsymbol{b}$ 的坐标.

平面向量自我测验题

A 组

一、填空题

1．$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}-\overrightarrow{AD}=$________.

2．化简 $3(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})-2(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})+\boldsymbol{b}=$______________.

3．已知 $A(-2,3)$，$B(1,-1)$，则 $|\overrightarrow{AB}|=$____________.

4．$|\boldsymbol{a}|=1$，$|\boldsymbol{b}|=2$，且 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 共线，则 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=$ __________.

5．已知 $\boldsymbol{x}$ 是未知向量，则方程 $2(\boldsymbol{x}+\boldsymbol{a})+3(\boldsymbol{b}-\boldsymbol{x})=\boldsymbol{0}$ 的解为：$\boldsymbol{x}=$ _______.

6．已知 $\boldsymbol{a}=(2,-2)$，$\boldsymbol{b}=(4,3)$，则 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=$_______.

二、选择题

1．已知 $\boldsymbol{a}=(6,8)$，则 $|\boldsymbol{a}|$ 为（　　）.

A．12　　B．10　　C．8　　D．6

2．已知 $\boldsymbol{a}=(1,2)$，$\boldsymbol{b}=(2,-1)$，则 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的关系为（　　）.

A．垂直　　B．平行　　C．互为负向量　　D．共线

3．点 $A(-3,4)$关于点 $B(-1,1)$的对称点为（　　）.

A．$(-1,2)$　　B．$(1,-2)$　　C．$(-2,1)$　　D．$\left(-2,\dfrac{5}{2}\right)$

4．已知向量 $\boldsymbol{a}=(-1,1)$，$\boldsymbol{b}=(-3,5)$，则$(\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b})(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})$等于（　　）.

A．$(-32,48)$　　B．$(-32,-48)$　　C．$(32,48)$　　D．$(32,-48)$

5．下列式子错误的是（　　）.

A．$0\boldsymbol{0}=\boldsymbol{0}$　　B．$\boldsymbol{0}\cdot\boldsymbol{a}=\boldsymbol{0}$　　C．$\boldsymbol{0}\cdot\boldsymbol{a}=0$　　D．$\boldsymbol{0}+\boldsymbol{a}=\boldsymbol{a}$

三、解答题

1．已知向量 $\boldsymbol{a}=(1,2)$，$\boldsymbol{b}=(2,-2)$，求：

（1）$4\boldsymbol{a}-2\boldsymbol{b}$；　　（2）设 $\boldsymbol{c}=2\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$，求$(\boldsymbol{b}\cdot\boldsymbol{c})\boldsymbol{a}$

2．已知$|\boldsymbol{a}|=1$，$|\boldsymbol{b}|=2$，$\langle\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}\rangle=120°$，求：

（1）$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}$；　　（2）$(2\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})\cdot\boldsymbol{b}$

3．已知 $A(0，1)$，$B(2，4)$，$C(-3，-1)$，且 $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CD}$，求点 D 的坐标．

4．已知向量 $\boldsymbol{a}=(6，2)$，$\boldsymbol{b}=(-3，k)$，当 k 为何值时，

（1）$\boldsymbol{a}\parallel\boldsymbol{b}$;　　　　　　　　（2）$\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{b}$

B 组

1．已知 $|\boldsymbol{a}|=|\boldsymbol{b}|=1$，$|2\boldsymbol{a}-3\boldsymbol{b}|=3$，求 $|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|$．

2．已知 $\boldsymbol{a}=(5，m)$，$\boldsymbol{b}=(3，-1)$，且 $\boldsymbol{a}-3\boldsymbol{b}$ 与 $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$ 相互垂直，求实数 m 的值．

3．用向量法证明：菱形 $ABCD$ 的两条对角线 AC 与 BD 互相垂直．

第 8 章　直线和圆的方程

8.1　两点间的距离与线段中点的坐标

8.1.1　两点间的距离

目标点击

掌握两点间的距离公式并会应用.

知识回顾

设点 $P_1(x_1, y_1)$，$P_2(x_2, y_2)$，则两点 P_1、P_2 之间的距离为 $|P_1P_2| = |\overline{P_1P_2}| =$ __________ .

答疑解难

1．在使用两点间的距离公式时，应注意什么？

答：要注意公式中根号下的括号内是对应坐标之差（即两个点的横坐标与横坐标之差，纵坐标与纵坐标之差）.

2．若两点的连线与坐标轴平行，如何求出两点间的距离？

答：$|P_1P_2| = |x_2 - x_1|$，（P_1P_2 与 x 轴平行）.

$|P_1P_2| = |y_2 - y_1|$，（P_1P_2 与 y 轴平行）.

同步演练

练习　8.1.1

一、填空题

1．已知两点坐标分别是 P（3，0）、Q（7，0），则 $|PQ| =$___________.

2．若点 A（3，m）与点 $B(0, 4)$ 的距离为 5，则 $m =$ ________ .

二、选择题

1．点 $M(2, 1)$ 与点 $N(5, -1)$ 的距离为（　　）.

A．$\sqrt{13}$　　B．$\sqrt{14}$　　C．$\sqrt{15}$　　D．$\sqrt{16}$

2．已知△ABC 的三个顶点 $A(-1, 0)$，$B(1, 0)$，$C\left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$，△$ABC$ 的形状为（　　）.

A．锐角三角形　　B．钝角三角形　　C．直角三角形　　D．等边角三角形

三、解答题

1．求下列两点间的距离：

（1）$A(6，0)$，$B(-2，0)$　　（2）$C(0，-4)$，$D(0，-1)$

2．已知点$A(-2，-3)$，点$B(1，1)$，且点$P(a，2)$是线段AB的垂直平分线上一点，求a.

8.1.2　线段中点的坐标

目标点击

掌握线段中点的坐标公式并能熟练应用公式解题.

知识回顾

设点$P_1(x_1，y_1)$，$P_2(x_2，y_2)$，则线段P_1P_2中点$P_0(x_0，y_0)$的坐标为$x_0=$_____，$y_0=$_____.

答疑解难

1．已知两点$P_1(x_1，y_1)$、$P_2(x_2，y_2)$，如何计算两点P_1、P_2的对称中心的坐标？

答：两点P_1、P_2的对称中心，即线段P_1P_2的中点，直接利用中点坐标公式求得即可.

同步演练

练习　8.1.2

一、填空题

1．已知$A(7，4)$，$B(3，2)$，则线段AB的中点坐标是_______，线段长度$|AB|=$_______.

2．已知点P的坐标为$(1，-2)$，线段PQ的中点坐标为$(-4，-5)$，则点Q的坐标为____.

二、选择题

1．已知$A(-2，5)$，B为坐标原点，则线段AB的中点M的坐标为（　　）.

A．$\left(-1，\dfrac{5}{2}\right)$　　B．$\left(1，\dfrac{5}{2}\right)$　　C．$(0，0)$　　D．$(2，-5)$

2．已知点$A(-2，5)$，点A关于点O的对称点B的坐标为$(2,-5)$，则点O的坐标为（　　）.

A．$(-2，5)$　　B．$\left(-1，\dfrac{5}{2}\right)$　　C．$(0，0)$　　D．$(2，-5)$

三、解答题

1．求下列两点的中点坐标：

（1）$A(6，0)$，$B(-2，0)$　　（2）$C(0，-4)$，$D(0，-1)$

（3）$P(6，0)$，$Q(0，-2)$　　　　　　　　（4）$M(2，1)$，$N(5，-1)$

2．已知四个点 $A(3，1)$，$B(-3，4)$，$C(1，-6)$，$D(0，0)$，设 E、F 分别为 AC，BD 的中点，求$\left|EF\right|$．

3．已知△ABC 的三个顶点坐标分别为 $A(3，1)$，$B(-3，4)$，$C(1，-6)$，求△ABC 各个边上的中点坐标及 AB 边上的中线的长度．

8.2　直线的方程

8.2.1　直线的倾斜角与斜率

目标点击

理解直线的倾斜角和斜率的概念，会求直线的斜率．

知识回顾

1．设直线 l 与 x 轴相交于点 P，A 是 x 轴上位于点 P ______的一点，B 是位于___半平面的 l 上的一点，则 $\angle APB$ 叫做直线 l 对 x 轴的倾斜角，若 l 平行于 x 轴，规定其倾斜角为___．则倾斜角 α 的取值范围是____________________．

2．倾斜角 $\alpha(\alpha \neq 90^\circ)$ __________叫做这条直线的斜率，用小写字母 k 表示，即 $k=$ ____________．

3．设 $P_1(x_1,\ y_1)$，$P_2(x_2,\ y_2)$ 为直线 l 上的任意两点，则直线 l 的斜率为 $k=$ ____________，（其中 $x_1 \neq x_2$）．

答疑解难

1．直线的斜率一定存在吗？

答：不一定．当直线与 x 轴垂直时，倾斜角为 $90°$，此时直线的斜率不存在．

2．直线的斜率 k 与直线的倾斜角 α 之间的关系怎样？

答：当 $k=0$ 时，直线平行于 x 轴或与 x 轴重合，其倾斜角为 $0°$；

当 $k>0$ 时，直线的倾斜角为锐角，k 值增大，其倾斜角也增大；

当 $k<0$ 时，直线的倾斜角为钝角，k 值增大，其倾斜角也增大；

垂直于 x 轴的直线的倾斜角等于 $90°$，此时 k 不存在．

同步演练

练习 8.2.1

一、填空题

1．过点(3，0)和点(4，$\sqrt{3}$)的斜率是____________．

2．过点(3，0)和点(0，3)的倾斜角是____________．

3．直线倾斜角 α 的取值范围是_______________．

4．直线 l 的倾斜角 $\alpha=120°$，则直线 l 的斜率等于__________．

二、选择题

1．过点 $P(-2,\ m)$ 和 $Q(m,\ 4)$ 的直线斜率等于 1，那么 m 的值等于（　　）．

A．1 或 3　　B．4　　C．1　　D．1 或 4

2．已知直线过两点 $A(1,\ \sqrt{3})$，$B(a,\ 0)$，且直线的倾斜角为 $\dfrac{\pi}{6}$，则 $a=$（　　）．

A．-2　　B．4　　C．0　　D．不存在

三、解答题

1．求经过下列两个点的直线的斜率和倾斜角．

（1）$P(0,\ 0)$，$Q(-1,\ \sqrt{3})$；　　（2）$M(-\sqrt{3},\ \sqrt{2})$，$N(-\sqrt{2},\ \sqrt{3})$．

2．求证：$A(1,\ -1)$，$B(-2,\ -7)$，$C(0,\ -3)$ 三点共线．

3．已知 $P_1(1,\ 2)$，$P_2(x,\ 3)$，$P_3(-3,\ -1)$ 在同一条直线上，求 x 的值．

8.2.2　直线的点斜式方程与斜截式方程

目标点击

掌握直线的点斜式方程和斜截式方程，并会应用.

知识回顾

1．直线的点斜式方程：通过点 $P_0(x_0,\ y_0)$，斜率为 k 的直线方程为________________.

2．直线的斜截式方程：斜率为 k，在 y 轴上的截距为 b 的直线方程为________________.

答疑解难

1．经过点 $P_0(x_0,\ y_0)$，倾斜角为 0°，90° 的直线方程分别是什么？

答：倾斜角为 0°，即 $k=0$，直线与 x 轴平行，$y-y_0=0(x-x_0)$，即直线方程为 $y=y_0$；

倾斜角为 90°，斜率不存在，直线与 x 轴垂直，但因 l 上每一点的横坐标都等于 x_1，所以它的方程为 $x=x_1$.

同步演练

练习　8.2.2

一、填空题

1．过点 $A(1,\ -3)$，倾斜角是 45° 的直线方程是____________________.

2．过点 $B(2,\ -1)$，其倾斜角是 90° 的直线方程是____________________.

3．倾斜角是 135°，在 y 轴上的截距是 3 的直线方程是__________________.

二、选择题

1．若直线经过$(\sqrt{3},\ 3)$且倾斜角为 30°，则该直线方程是（　　）.

A．$y=\sqrt{3}x$　　B．$y=\sqrt{3}x+2$　　C．$y=\dfrac{\sqrt{3}}{3}x+2$　　D．$y=\dfrac{\sqrt{3}}{3}x-4$

2．直线 $l: y-1=\sqrt{3}(x+2)$在y 轴上的截距为（　　）.

A．$2\sqrt{3}$　　B．$2\sqrt{3}+1$　　C．$2\sqrt{3}-1$　　D．$\sqrt{3}+1$

三、解答题

1．根据下列直线的点斜式方程，说出各直线的斜率，倾斜角和直线经过的点的坐标.

（1）$y+4=x-1$　　（2）$y-3=-(x+2)$　　（3）$y+2=\sqrt{3}(x-5)$

2．把直线 l 的方程 $x-2y+6=0$ 化为斜截式，求出直线的斜率和它在 y 轴上的截距，并画图．

3．直线 $(2m^2-5m+2)x-(m^2-4)y+5m=0$ 的倾斜角为 45°，求 m 的值．

8.2.3　直线的一般式方程

目标点击

理解直线的一般式方程，并掌握点斜式、斜截式与一般式的相互转化，会利用直线的一般式求出直线的斜率、倾斜角以及在 y 轴上的截距等．

知识回顾

1．当 $A\neq 0$，$B\neq 0$ 时，二元一次方程 $Ax+By+C=0$ 可化为 $y=-\dfrac{A}{B}x-\dfrac{C}{B}$，它表示斜率为__________，在 y 轴上的截距为_______的直线．

2．当 $A=0$，$B\neq 0$ 时，二元一次方程 $Ax+By+C=0$ 可化为 $y=-\dfrac{C}{B}$，它表示经过点________且平行于____轴的直线．

3．当 $A\neq 0$，$B=0$ 时，二元一次方程 $Ax+By+C=0$ 可化为 $x=-\dfrac{C}{A}$，它表示经过点________且平行于____轴的直线．

4．方程 $Ax+By+C=0$（其中 A、B 不全为零）叫做直线的_______方程．

答疑解难

1．已知直线上两个点的坐标，求直线方程时，得到不同的结果怎么办？

答：解决这类问题的基本方法是，求出直线的斜率，然后选择一个已知点，写出直线的点斜式方程．用不同的点，写出的点斜式方程，虽然形式不同，但它们都是同解方程．经过化简整理，结果就一致了．注意：在求直线方程时，最后的结果，一般要化为直线的一般式方程．

2．已知直线在 x、y 轴上的截距分别为 a、b（a、b 不同时为 0），如何求出直线的方程？

答：直线在 x、y 轴上的截距分别为 a、b，即直线经过（a，0）、（0，b）两点，可以求出直线的斜率，然后写出直线的方程．

同步演练

练习　8.2.3

一、填空题

1．直线 $l: x-y+1=0$ 的倾斜角为_________；在 y 轴上的截距为_______.

2．直线 l 经过 A（2，3），B（1，−1）两点，则直线 l 的一般式方程为_______________.

3．直线在 x、y 轴上的截距分别为 a、b（a、b 不同时为 0），则此直线方程为_________.

二、选择题

1．直线 $3x+\sqrt{3}y-1=0$ 的倾斜角是（　　）.

A．30°　　B．150°　　C．60°　　D．120°

2．直线 $ax+by+c=0$ 中 $a>0$，$b>0$，$c>0$，则直线不经过第（　　）象限.

A．一　　B．二　　C．三　　D．四

3．直线 $l: y-1=\sqrt{3}$（x+1）在 y 轴上的截距为（　　）.

A．$2\sqrt{3}$　　B．$2\sqrt{3}+1$　　C．$2\sqrt{3}-1$　　D．$\sqrt{3}+1$

三、解答题

1．求满足下列条件的直线方程，并化为一般式.

（1）经过点（−2，3），倾斜角是 $\dfrac{2\pi}{3}$；

（2）经过两点 A（−1，3），B（4，0）；

（3）经过点（1，2）且倾斜角是直线 $x-\sqrt{3}y+3=0$ 倾斜角的 2 倍.

2．求直线 $l: x-y+1=0$ 与坐标轴所围成三角形的面积.

8.3　两条直线的位置关系

8.3.1　两条直线平行

目标点击

理解两条直线的几种位置关系，掌握两条直线平行的判定方法.

知识回顾

判断两条直线平行的一般步骤是：

（1）判断两条直线的斜率是否存在，若都不存在，则______或_____，若只有一个不存在则______；

（2）若两条直线斜率都存在，将它们都化成斜截式方程，若斜率不相等，则_____；

（3）若斜率相等，比较两条直线在 y 轴上的截距，相等则_____，不相等则______.

答疑解难

1．如何根据直线斜率的特殊情况，判断两直线的位置关系？

答：当两直线斜率都是 0 时，两直线都与 x 轴平行，所以两直线平行或重合；

当两直线斜率都不存在时，两直线都与 x 轴垂直，所以两直线平行或重合；

当两直线斜率都存在时，或一直线斜率不存在，另一直线斜率存在时，两直线相交.（其中当一直线斜率不存在，另一直线斜率为 0 时，两直线垂直.）

同步演练

练习　8.3.1

一、填空题

1．过点 $(2,-1)$ 且与直线 $4x-3y+1=0$ 平行的直线方程为______________.

2．直线 $2x-6y+4=0$ 和 $x-3y+2=0$ 的位置关系是_________.

二、选择题

1．直线 $x+2=0$ 和 $y+1=0$ 的位置关系是（　　）.

A．相交　　B．平行　　C．重合　　D．以上都不对

2．直线 $l_1: x+ay+6=0$ 与 $l_2: (a-2)x+3y+2a=0$ 平行，则 $a=$（　　）.

A．−1 或 3　　B．1 或 3　　C．−3　　D．−1

三、解答题

1．判断下列各对直线是否平行，并说明理由.

（1）$3x-y+2=0$ 与 $3x-y+5=0$

（2）$y=3x+1$ 与 $3x-y+1=0$

（3）$6x+2y+5=0$ 与 $y=-3x-1$

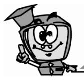
（4）$x=1$ 与 $x=-8$

2．已知直线　$l_1: ax+y+6=0$ 与 $l_2: 2x-(a+3)y+a=0$ 平行，求 a 的值.

8.3.2　两条直线相交

目标点击

理解两条直线夹角的概念，掌握两条直线垂直的条件.

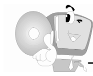


知识回顾

1．两条直线相交所成的_______叫做这两条直线的夹角.

2．斜率为零的直线与斜率______的直线垂直.

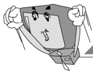
3．如果直线 l_1 与直线 l_2 的斜率都存在且不等于 0，那么 $l_1 \perp l_2 \Leftrightarrow$ _______.



答疑解难

1．能否从方程组中解的个数来判断两条直线的位置关系？

答：可以．当方程组有唯一解时，两条直线相交，方程组的解为交点的坐标；当方程组有无穷多组解时，两条直线重合；当方程组无解时，两条直线平行.



同步演练

练习　8. 3. 2

一、填空题

1．过点(2，−1)且与直线 $4x-3y+1=0$ 垂直的直线方程为______________.

2．直线 $x+2y+3=0$和$2x+y+1=0$ 的位置关系是_________.

二、选择题

1．直线 $2x-y+2=0$和$x+3y+1=0$ 的交点坐标是（　　）.

A．(−1，0)　　B．(1，4)　　C．(−2，−2)　　D．(0，2)

2．过点(−1，3)且与直线 $x-2y+1=0$ 垂直的直线方程是（　　）.

A．$2x+y-1=0$　　B．$2x+y+1=0$　　C．$x-2y+7=0$　　D．$x-2y-1=0$

三、解答题

1．求适合下列条件的直线的方程：

（1）过点(−1，0)且垂直于直线 $x+2y-1=0$；

（2）过两直线 $2x+y+1=0$ 和 $x-2y+1=0$ 的交点，且垂直于直线 $2x+3y-6=0$.

2．已知三点 $A(1，5)$，$B(-3，3)$，$C(4，-1)$，求证 $AB \perp AC$．

3．已知三条直线 $2x+3y+8=0$，$x-y-1=0$，$x-ky=0$ 相交于一点，求 k 的值．

8.3.3　点到直线的距离

目标点击

了解点到直线的距离公式，并会应用．

知识回顾

点 $P_0(x_0，y_0)$ 到直线 $l: Ax+By+C=0$ 的距离 $d=$____________________．

答疑解难

点到直线的距离公式有哪些特征？用此公式时对直线方程有什么要求？

答：公式中分子是 P 点坐标代入直线方程左端的绝对值，分母是方程中 x，y 系数平方和的算术平方根．用此公式时直线方程一定要先化为一般式．

同步演练

练习　8.3.3

一、填空题

1．点 $A(-3，2)$ 到直线 $l: y=-3$ 的距离为____________．

2．点 $B(-1，2)$ 到直线 $l: 3x=2$ 的距离为____________．

3．点 $C(5，-4)$ 到 x 轴的距离为_________，到 y 轴的距离为_________．

二、选择题

1．点 $P(-3，1)$到直线 $x-y+2=0$ 的距离是（　　）．

A．0　　B．$\sqrt{2}$　　C．2　　D．$2\sqrt{2}$

2．原点到直线 $x+y+2=0$ 的距离是（　　）．

A．1　　B．$\sqrt{2}$　　C．2　　D．$\sqrt{3}$

三、解答题

1．求点 $P(-1,2)$ 到直线 $l:\dfrac{x}{5}+\dfrac{y}{10}=1$ 的距离．

2．已知点 $(a,6)$ 到直线 $4x-3y-3=0$ 的距离为 $\dfrac{28}{5}$，求 a 的值．

3．求 x 轴上与直线 $3x+4y-5=0$ 的距离等于 5 的点的坐标．

4．求过点 $A(-1,2)$ 且与原点的距离为 $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ 的直线方程．

8.4　圆

8.4.1　圆的标准方程

目标点击

掌握圆的标准方程，并会灵活应用．

知识回顾

1．以 $C(a,\ b)$ 为圆心，以 r 为半径的圆的标准方程是__________________.

2．圆心在原点，半径为 r 的圆的标准方程是____________.

答疑解难

圆是由什么确定的？确定圆的标准方程需要几个独立条件？

答：圆是由圆心和半径确定的，其中圆心确定圆的位置，半径确定圆的大小，只要 a,b,r 三个量确定了，方程就确定了.

同步演练

练习　8.4.1

一、填空题

1．已知圆的标准方程为 $(x+1)^2+(y-2)^2=9$，则圆心坐标是________，半径是_____.

2．已知圆的标准方程 $(x-2)^2+y^2=5$，则圆心坐标是___________.

3．圆心在原点，半径是 3 的圆的标准方程是______________________.

二、选择题

1．给定圆：$(x-2)^2+(y+8)^2=(-3)^2$ 下列说法正确的是（　　）.

A．圆心是 $(2,\ -8)$，半径为 -3　　B．圆心是 $(-2,\ 8)$，半径为 3

C．圆心是 $(2,\ -8)$，半径为 3　　D．圆心是 $(-2,\ 8)$，半径为 -3

2．若点 P 的坐标是 $(3,\ 4)$，圆 C 的方程为 $x^2+y^2=25$，则点 P 与圆 C 的位置关系是（　　）.

A．点 P 在圆 C 内　　B．点 P 在圆 C 上

C．点 P 在圆 C 外　　D．点 P 在圆 C 内或圆 C 上

三、解答题

1．写出圆心为 $A(2,\ -3)$ 半径为 5 的圆的方程，并判断点 $M(5,\ -7)$，$N(-4,\ -1)$，$P(-1,\ -1)$ 是否在这个圆上.

2．求以直线 $x-y+2=0$ 与 $2x+y-1=0$ 的交点为圆心，半径长等于 3 的圆的标准方程.

3．求圆心为 $C(2,\ -3)$，且过点 $A(5,\ 1)$ 的圆的标准方程.

8.4.2　圆的一般方程

目标点击

掌握圆的一般方程，会将圆的一般方程化为标准方程并能求出圆心坐标和半径.

知识回顾

1．圆的一般方程为________________________（其中 $D^2+E^2-4F>0$ ）.

2．如果圆的一般方程为 $x^2+y^2+Dx+Ey+F=0(D^2+E^2-4F>0)$，那么圆心坐标是____________________，半径 r 是________________________.

答疑解难

1．如何判断二元二次方程 $x^2+y^2+Dx+Ey+F=0$ 是否为圆的方程？

答：计算 D^2+E^2-4F 的值，若大于 0，则方程表示圆；若小于或等于 0，则方程不表示圆.

2．圆的一般方程有哪些特点？与二元二次方程 $Ax^2+Bxy+Cy^2+Dx+Ey+F=0$ 有什么关系？

答：圆的一般方程的特点：（1） x^2 和 y^2 的系数相同且不等于 0;（2）没有 xy 这样的二次项．与二元二次方程 $Ax^2+Bxy+Cy^2+Dx+Ey+F=0$ 的关系： $A=C\neq 0$， $B=0$， $D^2+E^2-4F>0$ 时，二元二次方程才表示圆的一般方程.

同步演练

练习　8.4.2

一、填空题

1．若方程 $x^2+y^2=6-k$ 表示一个圆，则 k 的取值范围是__________.

2．圆 C： $x^2+y^2+ax+by+1=0$的圆心为 $(1,\ -2)$，则 $a=$_____， $b=$_____.

3．圆 $x^2+y^2+4x-6y-3=0$ 的圆心坐标为_______，半径为______.

二、选择题

1．方程 $x^2+y^2+4mx-2y+5m=0$ 表示圆时， m 的取值范围是（　　）.

A． $\frac{1}{4}<m<1$　　B． $m>1$　　C． $m<\frac{1}{4}$　　D． $m<\frac{1}{4}$或$m>1$

2．已知圆 $x^2+y^2+Dx+Ey+F=0$ 的圆心坐标为 $(-2,\ 3)$，半径为 4，则 D，E，F 分别等于（　　）.

A．4，−6，3　　B．−4，6，3　　C．−4，6，−3　　D．4，−6，−3

3．圆 $x^2+y^2-10y=0$ 的圆心到直线 $3x+4y-5=0$ 的距离等于（　　）．

A．$\frac{3}{5}$　　B．15　　C．3　　D．$\frac{5}{7}$

三、解答题

1．判断下列方程能否表示圆的方程，若能请写出圆心与半径．

（1）$x^2+y^2-2x+4y-4=0$　　（2）$2x^2+2y^2-12x+4y=0$

（3）$x^2+2y^2-6x+4y-1=0$　　（4）$x^2+y^2-3xy+5x+2y=0$

2．求下列圆的圆心和半径．

（1）$x^2+y^2-4x+8y=0$；　　（2）$x^2+y^2-x+10y=0$

8.4.3　确定圆的条件

目标点击

了解确定圆的条件，并会根据条件求出圆的标准方程或一般方程．

知识回顾

1．圆的标准方程 $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$ 中_______确定了，圆的方程也就确定了．

2．圆的一般方程 $x^2+y^2+Dx+Ey+F=0$ 中_______确定了，圆的方程也就确定了．

答疑解难

1．根据题目条件，如何选择圆的方程形式？

答：若已知条件涉及圆心和半径，一般采用圆的标准方程较简单．

若已知三点求圆的方程，常采用圆的一般方程求解．

同步演练

练习　8.4.3

一、填空题

1．圆心在 x 轴上且圆过点 $(-1,\ 2)$ 和 $(3,\ 2)$ 的圆方程为____________________．

2．已知圆心为 $C(8，-3)$，$A(5，1)$为圆上一点，则该圆的标准方程为_________________．

二、选择题

1．经过三个点(−1，2)，(3，6)，(1，8)的圆的方程为（　　）．

A．$x^2+y^2+10y+15=0$　　B．$x^2+y^2-10y+15=0$

C．$x^2+y^2-10y-15=0$　　D．$x^2-y^2-10y+15=0$

2．已知点 $A(1，2)$，$B(3，0)$，则以 AB 为直径的圆的方程为（　　）．

A．$(x-2)^2+(y+1)^2=2$　　B．$(x+2)^2+(y-1)^2=2$

C．$(x-2)^2+(y-1)^2=2$　　D．$(x+2)^2+(y+1)^2=2$

三、解答题

1．求圆心在 y 轴上，且经过点(0，5)，(2，3)的圆的方程．

2．求过点(3，8)，(0，1)且圆心在 x 轴上的圆的方程．

3．求经过直线 $x-y=0$ 与 $2x-3y+1=0$ 的交点，圆心为点 $C(1，-2)$的圆的方程．

8.4.4　直线与圆的位置关系

目标点击

理解直线与圆的几种位置关系，会根据已知条件，选择恰当的方法判断直线与圆的位置关系．

知识回顾

1．平面内直线和圆的位置关系有三种：当直线与圆没有公共点时，它们__________；有且只有一个公共点时，它们__________；有两个公共点时，它们__________．

2．如果圆的半径为 r，圆心到直线的距离为 d，则当 d ____ r 时，直线和圆相离；当 d ____ r 时，直线和圆相切；当 d ____ r 时，直线和圆相交．

答疑解难

判定直线和圆的位置关系主要有哪些方法？

答：（1）根据定义，由直线与圆的公共点个数来判定．

（2）根据性质，由圆心到直线的距离 d 与半径 r 的关系来判定．

同步演练

练习　8.4.4

一、填空题

1．已知圆的直径为 13cm，设圆心到直线的距离为 d.

（1）若 $d=4.5\text{cm}$，则直线与圆_______，直线与圆有_______个公共点.

（2）若 $d=6.5\text{cm}$，则直线与圆________，直线与圆有_______个公共点.

（3）若 $d=8\text{cm}$，则直线与圆________，直线与圆有______个公共点.

2．直线 $y=2x+b$ 与圆 $x^2+y^2=9$ 相切，则 $b=$_______________.

二、选择题：

1．直线与圆最多有多少个公共点（　　）.

A．一个　　B．两个　　C．三个　　D．无数多个

2．直线 $3x-4y+6=0$ 与圆 $(x-2)^2+(y-3)^2=4$ 的位置关系是（　　）.

A．过圆心　　B．相切　　C．相离　　D．相交但不过圆心

三、解答题：

1．已知一个圆的圆心在原点，并与直线 $4x+3y-7=0$ 相切，求圆的方程.

2．已知直线 $l:3x+y-6=0$ 和圆心为 C 的圆 $x^2+y^2-2y-4=0$，判断直线 l 与圆的位置关系；如果相交，求两个交点的坐标.

3．试讨论当 k 为何值时，圆 $x^2+y^2=1$ 与直线 $y=kx-2$，

（1）相交；（2）相切；（3）相离.

8.4.5　直线方程与圆的方程应用举例

目标点击

会运用直线和圆的相关知识解决实际问题.

知识回顾

我们学过的直线方程有点斜式、斜截式、一般式等，方程分别为：____________________、

__________________、__________________.

我们学过的圆的方程有标准式、一般式等，方程分别为：____________________________、____________________________.

直线与圆的位置关系有：________、_________、________.

答疑解难

利用直线和圆的相关知识解决实际问题时，主要有哪些步骤？

答：第一步：建立适当坐标系，用坐标和方程表示问题中的几何元素，转化为代数问题.

第二步：通过代数运算，解决代数问题.

第三步：把代数运算结果“翻译”成几何问题.

同步演练

练习　8.4.5

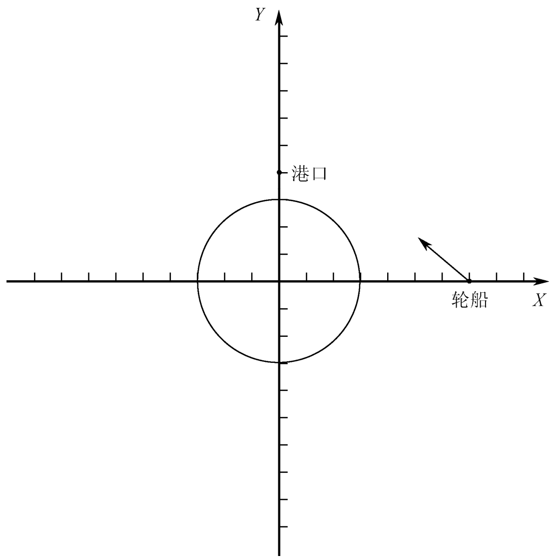
一、填空题

1．一根金属棒在 30℃时长 14.205 米，在 60℃时长 14.211 米．已知长度 y（米）和温度 x（度）的关系可以用直线方程来表示，则此直线的方程为________________，在 80℃时这根金属棒的长度是______.

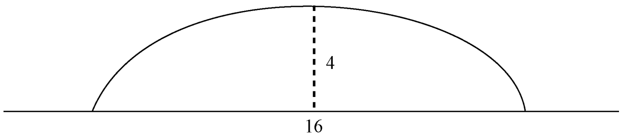
2．光线从点 $M(-3,\ 3)$ 射到点 $P(1,\ 0)$，然后被 x 轴反射，那么反射光线所在的直线方程为___________________.

二、解答题

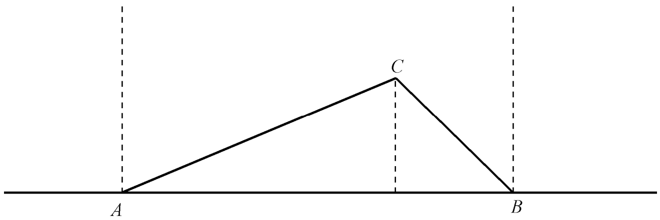
1．一艘轮船在沿直线返回港口的途中，接到气象台的台风预报，台风中心位于轮船正西 70km 处，受影响的范围是半径长为 30km 的圆形区域．已知港口位于台风中心正北 40km 处，如果这艘轮船不改变航线，那么它是否会受到台风的影响？



2．某圆拱桥的水面跨度 16 米，拱高 4 米，有一货船，装满货过桥，顶部宽 4 米，水面以上高 3 米，请问此船能否在此通过？



3．河南省为了发展旅游业，为方便游客，在相距 2km 的 A，B 两城市之间修一条笔直的公路，经测量在 A 地的北偏东 60° 的方向，B 地的北偏西 45° 的方向 C 处有一个半径 0.7 千米的公园，问计划修这条公路会不会穿过这个公园？为什么？



直线和圆的方程自我测验题

A 组

一、填空题

（1）直线 $x+y-3=0$ 的倾斜角是__________.

（2）倾斜角是 $\frac{2}{3}\pi$ 且在 y 轴上截距是 2 的直线方程是_______________.

（3）圆心是 $(5,\ -4)$，直径是 6 的圆的方程是________________.

（4）已知直线 $l_1: mx+2y-1=0$ 与直线 $l_2: x-y-1=0$ 互相垂直，则 $m=$______.

（5）以点 $C(1,\ 2)$ 为圆心，且和直线 $5x-12y-7=0$ 相切的圆的标准方程是_________.

二、选择题

1．直线 $x-y+1=0$ 与 $2x+y+5=0$ 的位置关系是（　　）.

A．相交　　B．平行　　C．垂直　　D．重合

2．点 $(-1,\ 2)$ 到直线 $x+2y+1=0$ 的距离是（　　）.

A．$\frac{4\sqrt{5}}{5}$　　B．$\frac{\sqrt{5}}{5}$　　C．$\frac{4\sqrt{3}}{3}$　　D．$\frac{\sqrt{3}}{3}$

3．已知过点 $A(-2,\ m)$和$B(m,\ 4)$ 的直线与直线 $2x+y-1=0$ 平行，则 m 的值为（　　）.

A．-8　　B．0　　C．2　　D．10

4．已知圆的方程为 $x^2+y^2=25$，则点 $M(-2\sqrt{2},\ 4)$ 在（　　）.

A．圆外　　B．圆上　　C．圆内　　D．以上都有可能

5．方程 $x^2+y^2-mx+1=0$ 表示圆，则 m 的取值范围（　　）.

A．$m<-2$或$m>2$　　B．$-2<m<2$

C．$-4<m<4$　　D．$m<-4$或$m>4$

三、解答题

1．已知斜率为 2 的直线在 x 轴上的截距为 3，求此直线的方程.

2．已知点 $P(-1,\ 3)$，$Q(5,\ 1)$，求线段 PQ 的垂直平分线的方程.

3．直线 l 与直线 $x+y=5$ 平行，并且与圆 $x^2+y^2=8$ 相切，求直线 l 的方程.

B 组

1．已知直线 l 经过点 $A(5,2)$，且在 x 轴和 y 轴上的截距相等，求直线 l 的方程．

2．$\triangle ABC$ 三个顶点坐标分别为 $A(2,5)$，$B(-1,-1)$，$C(3,1)$，求（1）直线 AB 的方程；（2）AB 边上高的长度；（3）$\triangle ABC$ 的面积．

3．已知直线 $x+y-2=0$ 与圆心在原点的圆相切，求（1）圆的方程；（2）这条直线上一点 $A(2,0)$ 到圆的切线长．

第 9 章　立 体 几 何

9.1　平面的基本性质

9.1.1　平面

目标点击

了解平面的概念，掌握平面的画法和表示方法.

知识回顾

1．数学中的平面是从生活中的镜面、水面、黑板面等抽象出来的，指光滑并且可以无限_______的图形.

2．数学中的平面通常用________四边形、三角形来表示，并用小写的____________来表示.

3．当平面水平放置时，通常把平行四边形的锐角画成_____的角，横边画成邻边的____倍长.

答疑解难

两个平面可以比较它们的大小吗？

答：不可以．因为平面是可以无限延展的图形，没有大小．所以两个平面不可以比较它们的大小．就像两条直线不能比较他们的长短一样.

同步演练

练习　9.1.1

一、填空题

1．正方形是_______图形；正方体是_______图形.

2．当平面正对我们竖直放置时，通常把平面画成_______.

3．水平放置的平面用平行四边形表示时，把平行四边形的_____角画成 45°，___边画成邻边的 2 倍.

二、选择题

1．下列说法正确的是（　　）.

A．每一个平面都有确定的面积　　　　B．一个平面长 4m，宽 3m

C．一个平面把空间分成两个部分　　D．两个平面只能把空间分三部分

2．下列图形中不一定是平面图形的是（　　）.

A．三角形　　B．平行四边形

C．梯形　　D．四条线段首尾相连形成的四边形

三、作图

1．画出一个水平放置的平面，并用不同的方法表示出来.

2．画出一个竖直放置的平面，并用不同的方法表示出来.

9.1.2　平面的基本性质

目标点击

了解平面的基本性质、掌握确定平面的条件.

知识回顾

1．如果一条直线上有____点在一个平面内，那么这条直线上所有的点都在这个平面内.

2．如果不重合的两个平面有一个公共点，那么它们有且只有一条过_____的公共直线.

3．经过_____________________的三点，有且只有一个平面.

4．经过一条直线和___________一点，有且只有一个平面.

5．经过两条_______或________直线有且只有一个平面.

6．点 A 在平面 α 内，记 A___α，直线 a 在平面 α 内，记 a_____α.

答疑解难

1．能不能说经过两条直线有且只有一个平面？

答：不能．尽管平面基本性质中有经过两条相交或平行直线确定一个平面，但在空间，两直线的位置关系不只是相交、平行，在后边会学习到两条直线的第三种关系不能确定一个平面.

2．如果线段 AB 在平面 α 内，那么直线 AB 是否在平面 α 内？为什么？

分析：利用基本性质 1，直线上若有两个点在这个平面内，那么这条直线上所有的点都在这个平面内．易判明结论.

答：在．由基本性质 1 可知，只要一条直线上有两个点在一个平面内，那么这条直

线就在这个平面内.

说明：平面基本性质 1 主要用于判断一条直线是否在一个平面内.

同步演练

练习　9.1.2

一、填空题

1．经过________________的三点确定一个平面.

2．有一个公共点的两个平面相交于__________________的一条直线.

3．两条_______或_______直线确定一个平面.

4．直线和____________一点确定一个平面.

5．若点 $A\in$ 平面 α ，$B\in$ 平面 α ，则直线 AB_____平面 α .

二、选择题

1．三条平行直线最多能确定平面（　　）.

A．一个　　B．两个　　C．三个　　D．四个

2．下面说法正确的是（　　）.

A．四边形一定是平面图形　　B．角一定是平面图形

C．梯形不一定是平面图形　　D．两个平面只有一个公共点

3．过空间同一点的三条直线（没有任何两条重合）可以确定的平面数是（　　）.

A．1　　B．2　　C．3　　D．1 或 3

4．下列说法中错误的是（　　）.

A．若线段 AB 在平面 α 内，则直线 AB 就在平面 α 内

B．若点 A 在平面 α 内，点 A 又在直线 l 上，则直线 l 就在平面 α 内

C．已知平面 $\alpha\cap\beta=l$，若点 A 在平面 α 内，也在平面 β 内，则点 A 一定在直线 l 上

D．若两个平面有三个不共线的公共点，则这两个平面重合

三、解答题

1．用符号表示下列语句：

（1）点 A 不在直线 b 上；　　（2）直线 c 不在平面 α 内

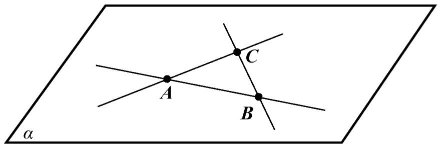
2．对于长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$，回答下列问题，并说明理由.

（1）直线 AC 是否在平面 $ABCD$ 内？

（2）四点 A、A_1、C、C_1 是否在同一平面内？

（3）过直线 AD 和点 B_1 的平面有多少个？

3．证明：两两相交且不共点的三条直线一定共面．



9.2　直线与直线、直线与平面、平面与平面平行的判定与性质

9.2.1　直线与直线平行

目标点击

掌握空间直线与直线平行的概念，以及直线与直线平行的判定和性质．

知识回顾

1．不同在________________的直线叫做异面直线．

2．空间两直线的位置关系有______种．即：________、________、________．

3．空间平行线的传递性：平行于同一条直线的两条直线互相______．

4．顺次连接不共面的四点所构成的图形，叫做________________．

答疑解难

1．空间中没有公共点的两条直线一定是平行直线吗？

答：不一定．因为空间中两条异面直线也没有公共点．在空间两条直线有三种位置关系：平行、相交、异面．

2．“不相交的两条直线是异面直线”对吗？为什么？

答：不对．不相交的两条直线也有可能是平行直线．异面直线是指不同在任何一个平面内的两条直线．

同步演练

练习　9.2.1

一、填空题

1．过直线外一点有____________条直线与这条直线平行．

2．在正方体 $ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$ 中，下列各对线段所在直线的位置关系分别为：

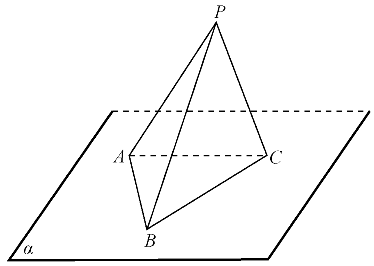
（1）AA_1 和 CC_1 是__________直线；

（2）B_1C_1 和 DD_1 是__________直线；

（3）BC_1 和 AD_1 是__________直线．

3．设 l_1，l_2，l_3，l_4 是空间的 4 条不同的直线，如果 $l_1 \parallel l_2$，$l_2 \parallel l_3$，$l_3 \parallel l_4$，那么 l_1 ____ l_4．

4．若△ABC 在平面 α 内，P 是平面 α 外一点，则图中异面直线的对数是______．



二、选择题

1．下列各条件中，能确定空间两条直线平行的是（　　）．

A．它们没有公共点　　B．它们分别与同一条直线垂直

C．它们在同一平面内且不相交　　D．它们不相交

2．异面直线指的是（　　）．

A．不同在一个平面内的两条直线　　B．分别在某两个平面内的两条直线

C．既不平行又不相交的两条直线　　D．平面内的一条直线和平面外的一条直线

3．在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，E、F 分别在 AB、AC 上且 $AE=\dfrac{1}{3}AB$，$AF=\dfrac{1}{3}AC$，则 EF 与 B_1C_1 的关系是（　　）．

A．平行　　B．相交　　C．重合　　D．异面

4．在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，与 AC_1 成异面直线的棱共有（　　）．

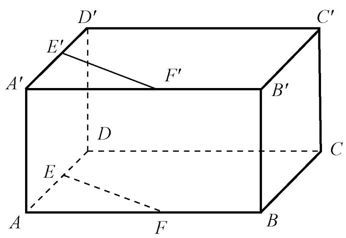
A．4　　B．6　　C．8　　D．12

三、解答题

1．在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，P、Q 分别是棱 AA_1 和 CC_1 的中点．

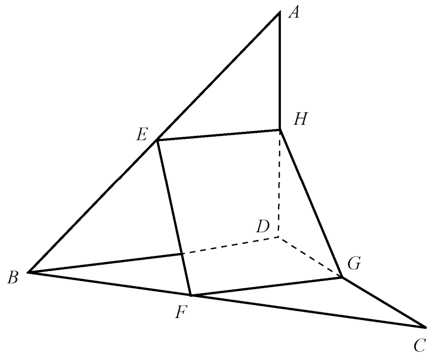
求证：四边形 $PDQB_1$ 是平行四边形．

2．如图长方体中，$AE=A'E'$，$AF=A'F'$，证明 $E'F' \underline{\underline{/\!/}} EF$．



3．已知空间四边形 $ABCD$，E，H 分别是边 AB，AD 的中点，F，G 分别是边 CB，CD

上的点，且 $\frac{CF}{CB}=\frac{CG}{CD}=\frac{2}{3}$．证明：四边形 $EFGH$ 是梯形．



9.2.2 直线与平面平行

目标点击

理解空间直线与平面平行的概念，掌握直线与平面平行的判定定理和性质定理.

知识回顾

1．如果直线与平面没有公共点，则称这条直线与平面________.

2．直线与平面平行的判定定理：如果一个平面外的一条直线与平面内的_____条直线平行，那么这条直线与这个平面______.

3．直线与平面平行的性质定理：如果一条直线与一个平面平行，经过这条直线的平面和这个平面相交，那么这条直线与交线_______.

4．直线与平面的位置关系有三种：（1）___________；（2）________；（3）______．直线与平面相交及直线与平面平行统称为_________________.

答疑解难

1．如果一条直线与一个平面平行，那么这条直线就与该平面内的任何直线都平行吗？

答：不一定．直线与一个平面平行，它与该平面内的直线可能有两种位置关系：（1）平行；（2）异面.

2．如果两条直线 $a \parallel b$，那么直线 a 与经过直线 b 的所有平面都平行吗？

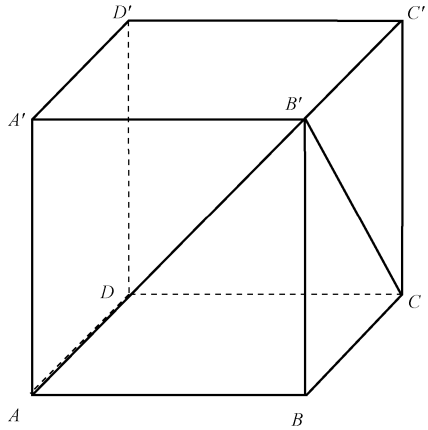
答：不一定．经过直线 b 的平面有无数多个，其中有过直线 a 和不经过直线 a 两种情况．若不经过直线 a 则与直线 a 必平行，但若经过直线 a，则直线 a 在该平面内，即直线 a 与经过直线 b 的平面有两种位置关系：平行或在平面内.

同步演练

练习 9.2.2

一、填空题

1．直线 m 与平面 α 相交于点 A 用符号表示为_____________；直线 m 与平面 α 平行用符号表示为_____________；直线 m 在平面 α 内用符号表示为_____________.



2．如图正方体中，直线 AB 与平面 $A'C'$ 的位置关系是________；直线 AB' 与平面 DC' 的位置关系是______；直线 $B'C$ 与平面 AC 的位置关系是________；直线 $B'C$ 与平面 BC' 的位置关系是_______.

3．如果直线与平面没有公共点时，那么直线与平面的位置关系是___________.

4．过平面外一点，作平面的平行线，可以作________条.

二、选择题

1．直线在平面外是指直线与平面（　　）.

A．相交　　B．平行

C．在平面内　　D．相交或平行

2．一条直线与另一条直线平行，它与经过另一条直线的平面的位置关系是（　　）.

A．平行　　B．相交　　C．平行或在平面内　　D．在平面内

3．直线 m，n 是异面直线，m 与经过 n 的平面的位置关系可能是（　　）.

A．在平面内　　B．相交　　C．相交或平行　　D．平行

4．如果直线 $l /\!/$ 平面 α，那么 l 平行于 α 内的（　　）.

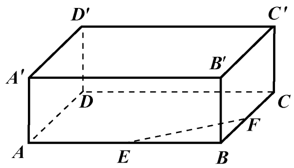
A．全部直线　　B．任意直线　　C．唯一直线　　D．过 l 的平面与 α 的交线

5．若直线 $l /\!/$ 平面 α，$m \subset \alpha$，则直线 l 与直线 m 是（　　）.

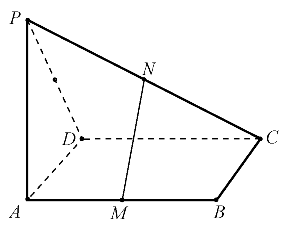
A．平行直线　　B．相交直线　　C．异面直线　　D．平行直线或异面直线

三、解答题

1．如图长方体中，E，F 分别是 AB，BC 的中点，判断直线 EF 与平面 $A'C'$ 的位置关系，试说明理由.



2．如图，已知 P 是平行四边形 $ABCD$ 所在平面外一点，M、N 分别是 AB、PC 的中点．求证：$MN /\!/$ 平面 PAD.



9.2.3　平面与平面平行

目标点击

理解空间平面之间的各种位置关系，掌握空间平面与平面平行的概念，以及平面与平面平行的判定定理和性质定理．

知识回顾

1．如果两个平面没有________，则称这两个平面平行．

2．两个平面平行的判定定理：如果一个平面内有两条______直线都平行于另一个平面，那么这两个平面______．

3．如果一个平面内有两条相交直线分别_______于另一个平面内的两条直线，则这两个平面平行．

4．两个平面平行的性质定理：如果两个平行平面同时与第三个平面相交，则它们的交线_________．

5．两条直线被三个平行平面所截，截得的对应线段成_________．

答疑解难

1．如果两个平面平行，那么其中一个平面内的直线 a 与另一平面内的任何直线都平行吗？

答：不一定．首先由两个平面平行可得直线 a 与另一个平面平行，也就是它与另一个平面没有公共点，于是直线 a 与另一平面内的直线没有公共点，所以，直线 a 与另一平面内的直线有两种位置关系：平行或异面．

2．如果一个平面内的两条直线都与另一个平面平行，那么这两个平面平行，对吗？

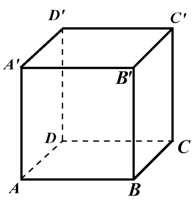
答：不对．因为这两条直线的位置关系不定，若这两条直线是平行直线，那么这两个平面就有可能是相交平面．

同步演练

练习　9.2.3

一、填空题

1．直线 $m\subset\alpha$，$\alpha//\beta$，m________β；



2．如图正方体中，互相平行的平面有___对，分别是____________；________________；________________．

3．夹在两个平行平面间的两条平行线段长________．

4．若平面 $\alpha//$ 平面 β，P 是平面 α、β 外一点，过 P 的两条直线 AB、CD 交平面 α 于 A、C，交平面 β 于 B、D，且 $PA=6$，$AB=2$，$BD=12$，则 AC 的长是_______．

二、选择题

1．下列说法正确的是（　　）．

A．一个平面内的两条直线平行于另一个平面，则这两个平面平行

B．一个平面内的无数多条直线都平行于另一个平面，则这两个平面平行

C．一个平面内的任一直线都平行于另一个平面，则这两个平面平行

D．分别在两个平行平面内的两条直线互相平行

2．空间中不重合的两个平面公共点的个数可能为（　　）.

A．1 个　　B．2 个　　C．3 个　　D．0 个或无数个

3．过平面外一点，有几个平面与这个平面平行（　　）.

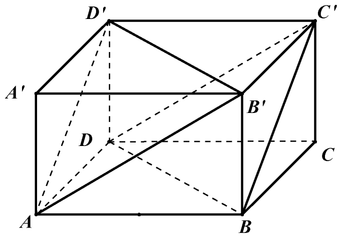
A．0　　B．1　　C．2　　D．无数个

4．若直线 $l\subset$ 平面 α，直线 $m\subset$ 平面 β，且 $\alpha\cap\beta=n$，则直线 l 与直线 m 的位置关系为（　　）.

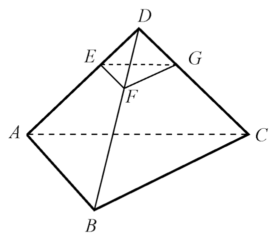
A．相交　　B．平行　　C．异面　　D．以上情况均有可能

三、解答题

1．如图长方体中，求证：平面 $AB'D'$ // 平面 $BC'D$.



2．如图空间四边形中，E，F，G 分别是 AD，BD，CD 上的点，且 $DE=\frac{1}{3}DA$，$DF=\frac{1}{3}DB$，$DG=\frac{1}{3}DC$．证明：平面 EFG // 平面 ABC.



3．在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，E 为 BB_1 上不同于 B、B_1 的任一点，求证：AC // 平面 A_1EC_1.

9.3　直线与直线、直线与平面、平面与平面所成的角

9.3.1　空间两条直线所成的角

目标点击

理解异面直线所成的角的概念，并会求简单的异面直线所成的角的大小.

知识回顾

1．经过空间任意一点分别作与两条异面直线____的直线，这两条相交直线的夹角叫做两条____________________.

2．当两异面直线所成的角是直角时，就说两异面直线____________.

3．两条异面直线所成的角的范围是_______________.

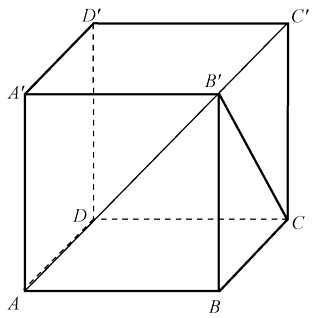
答疑解难

空间两条不重合的直线位置关系如何？

答：空间不重合两直线位置关系有三种情况：

（1）两直线相交————有且只有一个公共点；
（2）两直线平行————————没有公共点；　} 在同一个平面内；
（3）两直线异面————————没有公共点．———不同在任何一个平面内.

同步演练



练习　9.3.1

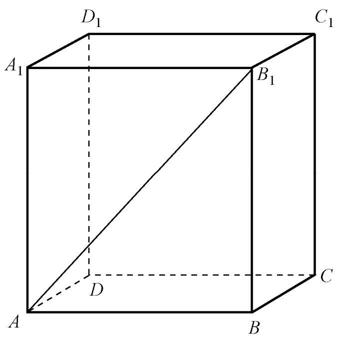
一、填空题

1．两异面直线所成的角的范围是__________________.

2．如图正方体中，直线 AD 与 $B'C$ 是_________直线，直线 AD 与 $B'C$ 所成的角为________；直线 $B'B$ 与 $D'D$ 是_________直线，直线 $B'B$ 与 $D'D$ 所成的角为________；直线 AB' 与 $B'C$ 是_________直线，直线 AB' 与 $B'C$ 所成的角为________.

二、选择题

1．在正方体 $ABCD\text{–}A_1B_1C_1D_1$ 的各棱所在直线中，与 AB_1 是异面直线，并且与 AB_1 不成 45° 角的棱是（　　）.



A．CD　　B．DD_1　　C．BC　　D．CC_1

2．在空间内，若两条直线和第三条直线成等角，则这两条直线的位置关系是（　　）.

A．平行　　B．相交

C．异面　　D．以上情况均有可能

3．在正方体 $ABCD\text{–}A_1B_1C_1D_1$ 中，六个面的对角线与 AD_1 成 60° 角的有（　　）.

A．10 条　　B．8 条　　C．6 条　　D．4 条

4．和一条已知直线 l 所成的角为 $\theta(0°<\theta<90°)$的直线的条数有（　　）．

A．0 条　　B．1 条　　C．2 条　　D．无数多条

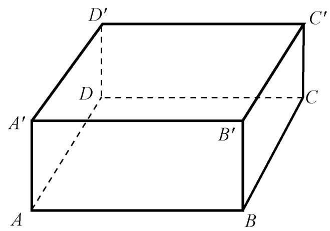
三、解答题

1．已知正方体 $ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$，求直线 AC_1 与直线 A_1D_1 所成角的余弦值．

2．如图，在长方体 $ABCD\text{-}A'B'C'D'$中，已知 $BB'=BC=1$，$AB=\sqrt{3}$，求：

（1）BC'与 DD'所成的角；

（2）AB'与 CC'所成的角．

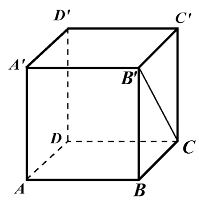


3．如图正方体中，

（1）说出 AB 与 CC'，AA'与 CB'所在直线的位置关系；

（2）直线 AA'与 CB'所成的角的大小；

（3）所在直线与直线 AB 垂直的棱有哪些？



9.3.2　直线与平面所成的角

目标点击

理解空间直线与平面垂直的概念，了解直线在平面内的射影、直线和平面所成的角，会进行简单的计算．

知识回顾

1．如果直线 l 和平面 α 内的________一条直线都垂直，那么就称直线 l 与平面 α ______．

2．如果一条直线和一个平面相交，但不和这个平面垂直，那么这条直线叫做这个平面

的______，斜线和平面的交点叫做______．斜线上一点与斜足之间的线段叫做_________．

3．从斜线上斜足以外的一点向平面作垂线，过垂足与斜足的直线叫做斜线在这个平面内的_________．斜线和它在平面内的射影的夹角叫做斜线和平面__________（或_____）．

4．如果直线垂直于平面，则规定直线与平面所成的角是______角，如果直线与平面平行或在平面内，则规定直线与平面所成的角为________．

答疑解难

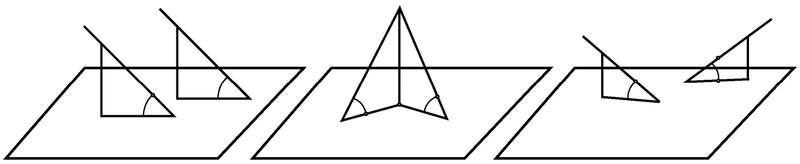
1．直线与平面所成的角的取值范围是多少？

答：斜线与平面所成的角是斜线与它在该平面内射影的夹角，范围是(0°，90°)．

规定：直线与平面垂直时，所成的角为 90°；当直线与平面平行或直线在平面内时，所成的角为 0°，因此任一条直线与一个平面所成的角的取值范围是[0°，90°]．

2．若两条直线与同一平面所成的角相等，它们互相平行吗？

答：不一定．因为它们可以平行，也可以相交，还可以异面．如图所示．



同步演练

练习　9.3.2

一、填空题

1．一条直线 m 与平面 α 所成的角 θ 的范围为______________．

2．点 A 到平面 α 的垂线段 AB=2cm，斜线段 AC=4cm，那么斜线 AC 与平面 α 的夹角为__．

3．如果平面的一条斜线段长是它在这个平面上的射影长的 3 倍，那么这条斜线与平面所成角的余弦值是___________．

4．正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，BC_1 与截面 BB_1D_1D 所成的角的大小是__________．

二、选择题

1．两条异面直线在同一平面内的射影是（　　）．

A．两条平行直线　　B．两条相交直线

C．两条平行或相交直线　　D．以上结论都不正确

2．两不重合平面与同一直线所成的角相等，则这两平面的位置关系是（　　）．

A．平行　　B．相交　　C．平行或相交　　D．以上结论都不对

3．下列结论中，正确的有（　　）个．

（1）射影长相等的两条线段长也相等

（2）一条垂线段总比一条斜线段短

（3）若同一点引出的两条斜线段长相等，则它们在同一平面内的射影长也相等

（4）若同一点引出的两条斜线段在同一平面内的射影长相等，则它们与此平面所成的角也相等

A．0　　B．1　　C．2　　D．3

4．若斜线段 AB 与它在平面 α 内射影的长之比是 2∶1，则 AB 与平面 α 所成角的大小是（　　）.

A．30°　　B．60°　　C．120°　　D．150°

三、解答题

1．两个平行平面之间的距离等于 8cm，一条直线和它们相交成 30°，求这条直线上夹在这两个平行平面间的线段长.

2．在长方体 $ABCD-A'B'C'D'$ 中，$AB=1$，$BC=1$，$AA'=\sqrt{2}$，求对角线 $A'C$ 与面 $ABCD$ 所成的角.

3．在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，E、F 分别是 AA_1、A_1D_1 的中点，求：

（1）D_1B 与面 AC 所成角的余弦值；

（2）EF 与面 A_1C_1 所成的角；

（3）EF 与面 AC 所成的角.

9.3.3　平面与平面所成的角

目标点击

理解二面角的概念，会进行简单的计算.

知识回顾

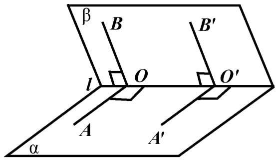
1．平面内的一条直线把一个平面分成两部分，其中的每一部分叫做一个__________．从一条直线出发的两个半平面所组成的图形叫做________，这条直线叫做二面角的____，这两个半平面叫做二面角的_____.

2．二面角的平面角的顶点在二面角的____上，两边分别在二面角的两个____内，且两

边都与棱________.

3．二面角的大小用它的________来度量．平面角是直角的二面角叫做__________.

答疑解难



二面角的平面角的顶点可以是二面角的棱上任意一点吗？

答：是．如图所示，由二面角的平面角定义可得，$AO /\!/ A'O'$，$BO /\!/ B'O'$，于是，$\angle A'O'B'$就是由$\angle AOB$平移后所得，由空间图形平移的性质可得，$\angle A'O'B'=\angle AOB$．所以顶点在O或是O'都不改变平面角的大小．

同步演练

练习 9.3.3

一、填空题

1．自二面角内一点分别向两个面引垂线，则它们所成的角与二面角的平面角的关系是__________.

2．正方形$ABCD$所在平面外一点P，有$PA=PB=PC=PD=AB$，则二面角$P-AB-C$的余弦值是_____.

二、选择题

1．二面角指的是（　　）.

A．两个平面相交所组成的图形

B．一个平面绕这个平面内的一条直线旋转所组成的图形

C．从一个平面内的一条直线出发的一个半平面与这个平面所组成的图形

D．从一条直线出发的两个半平面所组成的图形

2．下面的三个结论中，正确的命题有（　　）.

（1）一个二面角的平面角只有一个；

（2）二面角的棱垂直于这个二面角的平面角所在的平面；

（3）分别在二面角的两个半平面内，且垂直于棱的两直线所成的角等于二面角的大小.

A．0个　　B．1个　　C．2个　　D．3个

3．如果二面角的一个面上的一点到棱的距离是它到另一个面的距离的$\sqrt{3}$倍，那么这个二面角的平面角α应满足（　　）.

A．$\alpha=30°$　　B．$\alpha=60°$　　C．$\sin\alpha=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$　　D．$\cos\alpha=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

4．过空间一点的三条直线两两垂直，则它们确定的平面互相垂直的对数有（　　）.

A．0　　B．1　　C．2　　D．3

5．下列命题错误的是（　　）.

A．如果平面$\alpha\perp\beta$，那么α内所有的直线都垂直于β

B．如果平面$\alpha\perp\beta$，那么α内必有直线平行于β

C．如果平面α不垂直于β，那么α内必不存在直线垂直于β

D．如果$\alpha\cap\beta=b$，且α，β都垂直于另一平面γ，则$b\perp\gamma$

三、解答题

1．在正方体 $ABCD\text{-}A'B'C'D'$中，求二面角 $A'\text{-}AB\text{-}D$ 的大小．

2．O 是正方形 $ABCD$ 的对角线的交点，$PO\perp$平面 $ABCD$，$|PO|=\dfrac{\sqrt{3}}{2}|AB|$，求二面角 $P\text{-}AB\text{-}O$ 的大小．

3．二面角 $\alpha-l-\beta$ 的面 α 内有一条直线 AB，AB 与棱 l 的夹角为 $\dfrac{\pi}{4}$，与平面 β 所成的角为 $\dfrac{\pi}{6}$，求二面角 $\alpha-l-\beta$ 的大小．

9.4　直线与直线、直线与平面、平面与平面垂直的判定与性质

9.4.1　空间两条直线垂直的判定与性质

目标点击

理解空间直线与直线垂直的判定定理和性质定理，并能运用所学知识进行计算和解决简单的实际问题.

知识回顾

如果空间两条直线所成的角是 90°，那么称这两条直线互相______，直线 a 和 b 互相垂直，记作：_________．

答疑解难

1．在空间只有相交且所成角是$\frac{\pi}{2}$的两条直线才称为互相垂直吗？

答：不是．在空间两直线位置关系有：相交、平行、异面．只要两条直线所成的角为$\frac{\pi}{2}$，则就称这两条直线互相垂直．因此相互垂直的两条直线有相交和异面两种情况．

2．在空间垂直于同一条直线的两条直线一定相互平行吗？

答：不一定．根据空间两条直线垂直的定义，只要所成角为 90° 的直线都相互垂直，因此在空间垂直于同一条直线的两直线有平行、相交、异面三种位置关系．

同步演练

练习 9.4.1

一、填空题

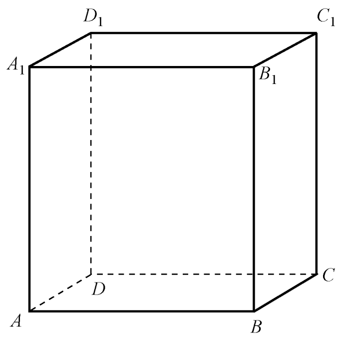
1．在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，与棱 AA_1 垂直的棱有_______条．

2．在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，与棱 AA_1 垂直的各面对角线有_______条．

3．设正方形 $ABCD$ 的边长为 a，$AP\perp$平面 $ABCD$，且 $AP=b$，则线段 $PC=$________．

4．在棱长为 1 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，点 A 到 B_1D_1 的距离是_________．

二、选择题



1．在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，棱 A_1D_1 与 CC_1 所在直线所成的角是（　　）．

A．30°　　B．45°　　C．60°　　D．90°

2．在空间内，如果两条直线垂直于同一条直线，那么这两条直线的位置关系是（　　）．

A．平行　　B．相交

C．异面直线　　D．位置关系不确定

3．下列结论中，正确的为（　　）．

（1）过直线外一点有且只有一条直线与已知直线平行；（2）过直线外一点有且只有一条直线与已知直线垂直；（3）过直线上一点有且只有一条直线与已知直线垂直．

A．（1）和（3）　　B．（2）和（3）

C．（1）　　D．（1）和（2）

4．若直线$a\,//$平面α，直线$b\perp$平面α，则a与b的关系是（　　）．

A．垂直　　B．平行

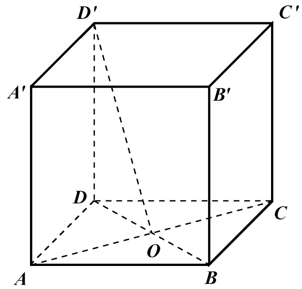
C．相交但不垂直　　D．以上都不对

三、证明题

1．在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，判断直线 AB 和 B_1C 是否垂直．

2．在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，求证：$A_1C\perp BD$.

3．如图正方体中，$AC\cap BD=O$，求证：$D'O\perp AC$.



9.4.2　直线与平面垂直的判定与性质

目标点击

理解空间直线与平面垂直的判定定理和性质定理，并能进行简单计算和证明.

知识回顾

1．如果一条直线与平面内的两条_______直线垂直，则该直线与此平面垂直.
2．同垂直于一个平面的两条直线_______.

答疑解难

1．三角形的两边可以都垂直于同一个平面吗？为什么？

答：不可以，因为垂直于同一个平面的两条直线平行.

2．如果一组平行直线中，有一条垂直于一个平面，则另外的直线也都垂直于这个平面吗？

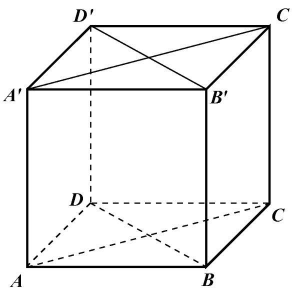
答：是的．因为一组平行直线中，有一条垂直于一个平面，则其必垂直于这个平面内的任何直线，根据异面直线所成角的定义，那么这组平行线中的其他直线也与平面内的任何直线垂直，所以另外的直线也都垂直于这个平面.

同步演练

练习　9.4.2

一、填空题

1．如图正方体中，与平面 $ABCD$ 垂直的直线有______________；与直线 AA'垂直的平面



填空题 1、2 题图

有______________________.

2．如图正方体中，与平面 $BB'D'D$ 垂直的直线有________.

3．垂直于三角形两边的直线与三角形所在的平面的位置关系是__________.

4．垂直于同一平面的两条直线_____________.

5．正方形 $ABCD$ 的边长为 a，点 $P\notin$ 平面 $ABCD$，$PA\perp$ 平面 $ABCD$，$PA=a$，则 P 与直线 CD 的距离为_________.

二、选择题

1．下列说法正确的是（　　）.

A．一条直线垂直于三角形的两条边，则该直线与三角形所在平面垂直

B．一条直线垂直于梯形的两条边，则该直线与梯形所在平面垂直

C．一条直线垂直于平面内无数多条直线，则该直线与平面垂直

D．两条平行线中一条垂直于一个平面，另一条不一定垂直于这个平面

2．如果直线 $m\perp n$，并且 $m\perp$ 平面 α，那么 n 与平面 α 的关系是（　　）.

A．$n\subset\alpha$　　B．$n\perp\alpha$　　C．$n/\!/\alpha$　　D．$n/\!/\alpha$ 或 $n\subset\alpha$

3．过一点和一个平面垂直的直线（　　）.

A．有且只有一条　　B．至多能作一条

C．可以作无数条　　D．有可能有一条，有可能不存在

4．下列结论中正确的是（　　）.

A．如果直线 l 垂直于平面 α 内的无数条直线，那么 $l\perp\alpha$

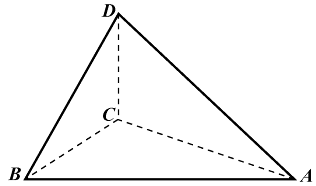
B．如果直线 l 平行于平面 α 内的无数条直线，那么 $l/\!/\alpha$

C．过空间一点有且只有一条直线平行于已知平面

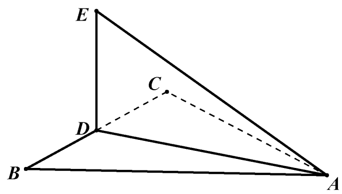
D．过空间一点有且只有一条直线垂直于已知平面

三、解答题

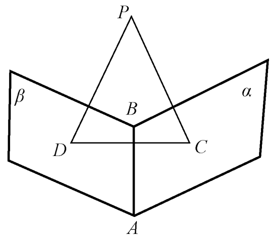
1．如图 $Rt\triangle ABC$ 中，$\angle ACB=90^\circ$，AB=5cm，AC=4cm，$DC\perp$ 平面 ABC，且 DC=3cm．求 DB 及 DA 的长.



2．如图等腰$\triangle ABC$ 的底边 BC 的中点为 D，$ED\perp$ 平面 ABC．求证 $EA\perp BC$.



3．已知平面 $\alpha \cap \beta = AB$，$PC \perp \alpha$，$PD \perp \beta$，垂足分别为 C、D，求证：$AB\perp$平面 PCD.



9.4.3　平面与平面垂直的判定与性质

目标点击

理解空间平面与平面垂直的判定定理和性质定理，并能进行简单计算和证明.

知识回顾

1．如果两个相交平面组成的二面角为___________，则称这两个相交平面互相垂直.

2．平面与平面垂直的判定定理：如果一个平面过另一个平面的一条_______，则这两个平面互相垂直.

3．平面与平面垂直的性质定理：如果两个平面互相垂直，那么在一个平面内垂直于它们交线的直线________另一个平面.

答疑解难

若两个平面互相垂直，在其中一个平面内的直线都垂直于另一个平面吗？

答：不一定．由两个平面垂直的性质定理知道，只有那些在一个平面内垂直于它们交线的直线才能垂直于另一个平面；其余的直线可能与另一个平面斜交也可能是平行，还有一种特例是它们的交线，也在另一个平面内.

同步演练

练习　9.4.3

一、填空题

1．平面 $\alpha\perp\beta$，$\alpha\cap\beta=b$，$c\subset\alpha$，$c\perp b$ 则 c____β.

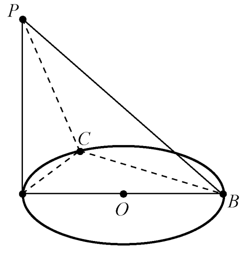
2．如果一个平面经过另一个平面的一条垂线，则这两个平面构成的二面角为______.

3．在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的六个面中，与底面 $ABCD$ 垂直的平面有________个.

4．若将边长为 a 的正方形 $ABCD$ 沿对角线 BD 折叠成直二面角后，则 AC 的长为_____.

5．已知 AD 是$\triangle ABC$ 的高，若将$\triangle ABC$ 沿高 AD 折成直二面角，那么$\angle BDC$=________.

二、选择题



1．如图，AB 是⊙O 的直径，$PA\perp$平面 ABC，C 是⊙O 上任意一点，则直二面角的个数是（　　）．

A．1　　B．2　　C．3　　D．4

2. 如果一个平面 α 内有一条直线和平面 β 内无数多条直线都垂直，那么平面 α 和平面 β 的位置关系是（　　）．

A．平行　　B．相交且垂直　　C．相交但不垂直　　D．以上都有可能

3．若在正方体的六个面中，互相垂直的平面有（　　）．

A．6 对　　B．8 对　　C．9 对　　D．12 对

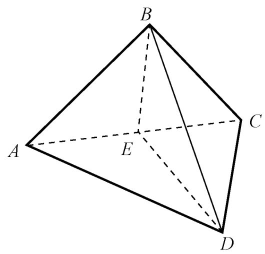
4．若平面 α、β 互相垂直，则（　　）．

A．α 中的任意一条直线垂直于 β　　B．α 中有且只有一条直线垂直于 β

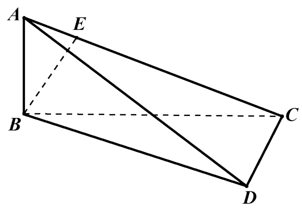
C．垂直于 α 的直线垂直于 β　　D．α 内垂直于交线的直线必垂直于 β

三、解答题

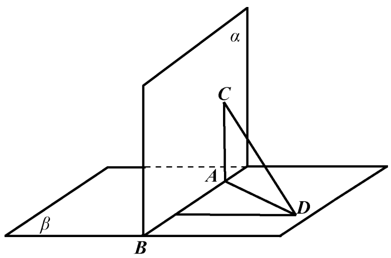
1．如图，在空间四边形 $ABCD$ 中，若 $AB=BC$，$AD=CD$，E 为对角线 AC 中点，求证：平面 $ABC\perp$平面 BDE．



2．如图：已知平面 $ABC\perp$平面 ACD，$AB\perp$平面 BCD．求证：$CD\perp BC$．



3．已知 A，B 是直二面角 $\alpha—l—\beta$ 的棱上两点，线段 $AC\subset\alpha$，线段 $BD\subset\beta$，且 $AC\perp l$，$BD\perp l$，AC=12，AB=4，BD=3．求线段 CD 的长．



9.5　柱、锥、球及其简单组合体

9.5.1　棱柱与棱锥

目标点击

了解棱柱、棱锥的概念和性质，会求它们的侧面积、全面积和体积.

知识回顾

1．有两个面互相______，其余每相邻的两个面的交线都互相平行的多面体叫做________．互相平行的两个面叫做棱柱的_______．其余各面叫做棱柱的_______．相邻两侧面的公共边叫做棱柱的_______．两个底面间的距离叫做棱柱的___．

2．侧棱与底面斜交的棱柱叫做_____，侧棱与底面垂直的棱柱叫做___棱柱．底面是正多边形的直棱柱叫做____棱柱．

3．正棱柱的性质：（1）侧棱______底面，各侧棱长都_______，并且等于正棱柱的高；（2）两个底面________的连线是正棱柱的高．

4．如果一个多面体有一个面是多边形，其余各面是有一个公共顶点的三角形，那么这个多面体就叫做________．棱锥中有公共顶点的各三角形，叫做棱锥的________；多边形面叫做棱锥的______或____，各侧面的公共顶点叫做棱锥的________，顶点到底面的距离叫做棱锥的_______．

5．如果一个棱锥的底面是正多边形，其余各面是全等的等腰三角形的棱锥叫做______．

6．正棱锥性质：（1）正棱锥各侧棱长_______，各侧面都是全等的_________．（2）正棱锥的高、斜高、和斜高在底面上的射影组成一个_______三角形；正棱锥的高、侧棱和侧棱在底面上的射影也组成一个_______三角形．

答疑解难

1．正四棱柱与正方体的区别是什么？正四棱柱与长方体的区别是什么？

答：正四棱柱指的是底面是正方形的直棱柱，其两个底是正方形，侧面是矩形；正方体指的是棱长相等的长方体，其六个面是全等的正方形．因此，正方体一定是正四棱柱，但正四棱柱不一定是正方体．类似地，长方体指的是底面是矩形的直平行六面体，其底面及侧面都是矩形．所以，正四棱柱一定是长方体，而长方体不一定是正四棱柱．

2．底面是正多边形的棱锥一定是正棱锥吗？

答：不一定．只有当顶点在底面内的射影是底面正多边形的中心时，它才是正棱锥．

同步演练

练习　9.5.1

一、填空题

1．已知正方体的棱长为 1，则它的对角线长为_________．

2．已知正四棱柱底面边长为 3cm，高为 5cm，则它的侧面积为________，体积为_____．

3．在正三棱锥中，若底面边长为$\sqrt{3}$，侧棱长为 2，则其高为_____；侧棱与底面所成的角为______.

4．设正四棱锥底面边长为 2cm，高为 3cm，则其斜高为_______；侧面积为_______.

二、选择题

1．下列说法正确的是（　　）.

A．底面是矩形的平行六面体是长方体　　B．底面是平行四边形的直棱柱是长方体

C．侧面是矩形的平行六面体是长方体　　D．底面和侧面都是矩形的棱柱是长方体

2．下面说法错误的是（　　）.

A．棱柱的侧面都是平行四边形

B．直棱柱的侧面都是矩形

C．棱柱的侧棱长不一定相等

D．过棱柱的不相邻的两侧棱的截面都是平行四边形

3．一棱锥被平行于底面的截面所截，顶点与截面的距离与棱锥高之比为 1∶2，则截面面积与底面面积之比是（　　）.

A．1∶2　　B．2∶4　　C．1∶4　　D．1∶8

4．正四棱锥的侧棱及底面边长都为 2，则这个棱锥侧面积为（　　）.

A．4　　B．8　　C．$4\sqrt{3}$　　D．$4(1+\sqrt{3})$

5．一个正方体的棱长缩小到原来的一半，它的体积缩小到原来的（　　）.

A．$\frac{1}{2}$　　B．$\frac{1}{4}$　　C．$\frac{1}{8}$　　D．$\frac{1}{16}$

三、解答题

1．已知长方体的长为 2，宽为 3，高为 6，求它的对角线长.

2．已知正方体的对角线长为$3\sqrt{3}$ cm，求它的棱长.

3．若正三棱锥的侧棱与底面边长都为 a，求该棱锥的高.

9.5.2　圆柱、圆锥、球

目标点击

了解圆柱、圆锥和球的概念和性质，会求它们的表面积和体积.

知识回顾

1．分别以矩形的一边、直角三角形的一直角边为旋转轴旋转一周，其余各边旋转而形成的曲面所围成的几何体分别叫做________、_________．旋转轴叫做它们的______，在轴上的这条边（或它的长度）叫做它们的_______，垂直于轴的边旋转而成的圆面叫做它们的_______，不垂直于轴的边旋转而成的曲面叫做______，无论旋转到什么位置，这条边都叫做侧面的_______.

2．圆柱、圆锥的性质：（1）平行于底面的截面是____；（2）圆柱、圆锥过轴的截面（轴截面）分别是__________、___________.

3．圆柱的侧面积等于它的底面的_______和_______的乘积.

4．圆锥的侧面积等于它的底面的_______与________乘积的一半.

5．半圆以它的直径为旋转轴旋转一周所成的曲面叫做______．球面所围成的几何体叫做_______，简称_____．半圆的圆心叫做______．连接球心和球面上任意一点的线段叫做球的______．连接球面上两点并且通过球心的线段叫做球的_______.

6．球面被经过球心的平面截得的圆叫做______，被不经过球心的平面截得的圆叫做_____.

7．球面面积等于大圆面积的_____倍.

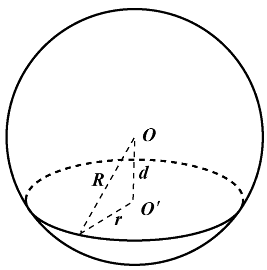
答疑解难

1．用平行于底面的平面去截圆锥，截面图形有哪些特征？

答：截面图形是圆，其半径与底面半径之比等于截得的小圆锥与原来的圆锥的高的比.

2．用平面去截球，截面圆半径 r，球半径 R 及球心到截面圆心的距离 d 之间关系如何？

答：如图，球心与截面圆心的连线垂直于截面所在平面．三者的关系是：$R^2=r^2+d^2$，或者 $r=\sqrt{R^2-d^2}$.



同步演练

练习　9.5.2

一、填空题

1．以直角边长为 2cm 的等腰直角三角形一直角边为轴旋转一周，形成的圆锥的轴截面面积为___________.

2．圆柱底面半径为 4，高为 3，其全面积为__________.

3．圆锥底面半径为$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，轴截面为直角三角形，圆锥的全面积为_______________.

4．如果一个球的半径缩小为原来的一半，则它的表面积缩小为原来的__________.

5．球心到截面圆心距离为 3，球半径为 5，则截面圆直径为_______.

二、选择题

1．一个圆锥的轴截面为等边三角形且面积为$16\sqrt{3}$，则圆锥的高为（　　）.

A．4　　B．8　　C．$4\sqrt{3}$　　D．$8\sqrt{3}$

2．已知圆柱的底面积是 4π，轴截面面积是 16，它的侧面积是（　　）.

A．16π　　B．8π　　C．12π　　D．8

3．已知球的大圆周长为 12π，则这个球的表面积为（　　）.

A．36π　　B．144π　　C．72π　　D．144

4．球半径为 10cm，截面圆周长为 16πcm，则球心到截面圆心的距离是（　　）.

A．6cm　　B．8cm　　C．3cm　　D．4cm

5．已知球的大圆周长为 12π，则这个球的体积为（　　）.

A．288π　　B．144π　　C．72π　　D．36π

三、解答题

1．已知圆锥的轴截面是直角三角形，求它的侧面积与底面积之比值.

2．已知圆柱的侧面展开图是边长为 4π 的正方形，求它的体积.

9.5.3　简单组合体

目标点击

了解柱、锥及球的简单组合体，并能进行简单的计算.

知识回顾

1．$S_{正棱柱侧}=ch$；$V_{正棱柱}=S_{底}h$，其中，c 表示正棱柱底面的周长，h 表示正棱柱的高.

2．$S_{正棱锥侧}=\dfrac{1}{2}ch'$；$V_{正棱锥}=\dfrac{1}{3}S_{底}h$，其中，$c$ 表示正棱锥底面的周长，h' 表示正棱锥的斜高，h 表示正棱锥的高.

3．$S_{圆柱侧}=2\pi rh$；$V_{圆柱}=\pi r^2h$，其中，r 为圆柱的底面半径，h 为圆柱的高.

4．$S_{圆锥侧}=\pi rl$；$V_{圆锥}=\dfrac{1}{3}\pi r^2h$，其中，$r$ 为圆锥的底面半径，l 为母线长，h 为圆锥的高.

5．$S_{球}=4\pi R^2$；$V_{球}=\dfrac{4}{3}\pi R^3$，其中，R 为球的半径.

答疑解难

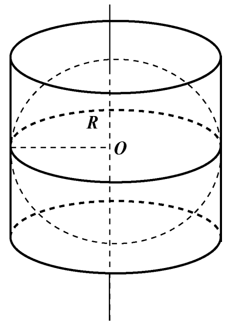
1．长方体是正四棱柱吗？为什么？

答：不一定．因为正棱柱以其底面多边形的边数来命名，底面是正方形的直棱柱叫做正四棱柱．所以只有相对的两个面中有一对是正方形的长方体才是正四棱柱.

2．如图所示，圆柱的底面直径与高都等于球的直径，求证：

（1）球的体积等于圆柱体积的 $\dfrac{2}{3}$；

（2）球的表面积等于圆柱的侧面积.



证明：（1）设球的半径为 R，则圆柱的底面半径为 R，高为 2R.

则有 $V_{球}=\dfrac{4}{3}\pi R^3$，$V_{圆柱}=\pi R^2\cdot 2R=2\pi R^3$，所以 $V_{球}=\dfrac{2}{3}V_{圆柱}$.

（2）因为 $S_{球}=4\pi R^2$，$S_{圆柱侧}=2\pi R\cdot 2R=4\pi R^2$，所以 $S_{球}=S_{圆柱侧}$.

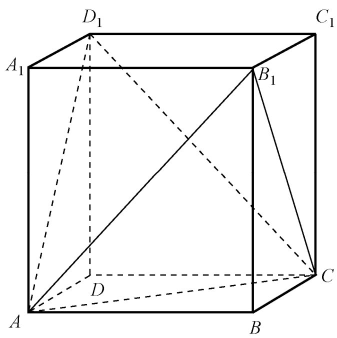
同步演练

练习　9.5.3

一、填空题

1．三个球的半径之比为 1∶2∶3，那么最大球的表面积是其余两个球的表面积之和的____倍.

2．如图，正方体的四个顶点是正三棱锥的顶点，则正方体的全面积与正三棱锥的全面积之比为________.



3．已知正四棱锥的侧面积等于底面积的 2 倍，则它的侧面和底面所成的二面角等于__________.

4．若与球心距离为 4 的平面截球所得的截面圆的面积是 9π，则球的表面积是____________.

二、选择题

1．一个物体的下半部是圆柱，上半部是圆锥，圆锥的底面与圆柱的底面是半径相同的圆．已知圆柱半径为 3，高度为 8，圆锥母线长为 5，则该物体的表面积为（　　）．

A．50π　　B．100π　　C．72π　　D．36π

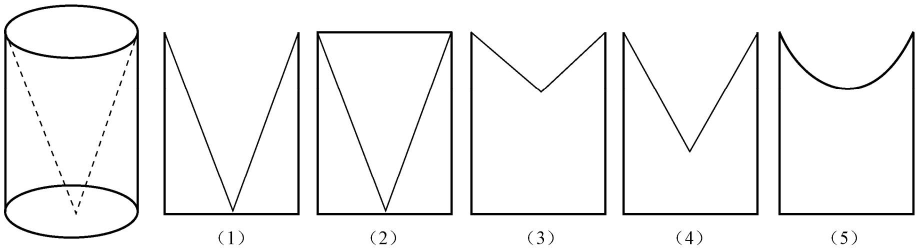
2．一个玩具下半部是半径为 3 的半球，上半部是圆锥，圆锥母线长为 5，圆锥底面与半球截面密合，则该玩具的全面积是（　　）．

A．33π　　B．24π　　C．30π　　D．26π

3．一个球的体积为36π，该球内切于一个正方体内，那么这个正方体的棱长为（　　）．

A．6　　B．3　　C．$4\sqrt{6}$　　D．$2\sqrt{6}$

4．如图所示，最左边的几何体由一个圆柱中挖去一个以圆柱的上底为底面，下底面圆心为顶点的圆锥而得，现用一个竖直的平面去截这个几何体，则所截得的截面图形可能是（　　）．

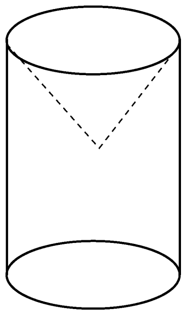


（1）　（2）　（3）　（4）　（5）

A．（1）（2）　　B．（1）（3）　　C．（1）（4）　　D．（1）（5）

三、解答题

1．某工件由圆柱中间去掉一个圆锥构成（如图），已知圆柱的底面半径为 2cm，圆柱的高为 8cm，圆锥的高为 3cm．求工件的体积．



2．如图所示，表示一个用鲜花做成的花柱，它的下面是一个直径为 1m、高为 3m 的圆柱形体，上面是一个半球形体．如果每平方米大约需要鲜花 150 朵，那么装饰这个花柱大约需要多少朵鲜花（π 取 3.1）？

3．已知三棱锥 S—ABC 的各顶点都在一个半径为 r 的球面上，球心 O 在 AB 上，$SO\perp$底面 ABC，$AC=\sqrt{2}r$，求：球的体积和三棱锥的体积．

立体几何自我测验题

A组

一、填空题

1．平面的一条斜线与该平面所成的角的范围是__________.

2．等边三角形 ABC 的边长为 2，$PA\perp$平面 ABC，$PA=3$，则点 P 到 BC 的距离为____.

3．线段 $AB=6$，且 AB 与平面α所成的角$\theta=\dfrac{\pi}{3}$，线段 AB 在平面α内的射影为 $A'B'$，则 $A'B'=$__________.

4．在 45° 二面角的一个面内有一点 A 到另一面的距离为 a，则点 A 到棱的距离为_______.

5．一圆柱的高为 8cm，底面半径为 5cm，一平面截得圆柱的截面为正方形，则这个截面与轴的距离是__________.

6．已知两球的表面积比为 9∶16，则这两个球的体积之比为_______.

二、选择题

1．下列图形中不一定是平面图形的是（　　）.

A．三角形　　B．四边形　　C．梯形　　D．圆

2．若空间四边形的两对角线长相等，则依次连结各边中点所成的四边形是（　　）.

A．矩形　　B．正方形　　C．菱形　　D．梯形

3．已知α、β表示平面，a，b表示直线，下列命题中正确的是（　　）.

A．若$\alpha\parallel\beta$，$a\subset\alpha$，$b\subset\beta$，则$a\parallel b$　　B．若$\alpha\perp\beta$，$a\subset\alpha$，$b\subset\beta$，则$a\perp b$

C．若$a\perp\alpha$，$b\perp\beta$，$a\parallel b$则$\alpha\parallel\beta$　　D．若$a\parallel\alpha$，$b\parallel\beta$，$a\perp b$，则$\alpha\perp\beta$

4．在棱长为 1 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，点 A 到 B_1D_1 的距离是（　　）.

A．$\dfrac{\sqrt{6}}{3}$　　B．$\dfrac{\sqrt{6}}{2}$　　C．$\dfrac{\sqrt{6}}{4}$　　D．$\dfrac{\sqrt{6}}{5}$

5．正三棱锥的高为$\sqrt{3}$，底面边长为 4，其体积为（　　）.

A．2　　B．$2\sqrt{3}$　　C．$\sqrt{3}$　　D．4

6．圆柱侧面积为 4π，底面半径为 2，则圆柱体积为（　　）.

A．$8\pi^2$　　B．$4\pi^2$　　C．8π　　D．4π

三、解答题

1．在棱长为 1 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，O_1 是面 $A_1B_1C_1D_1$ 的中心，求 DO_1与AB 所成角的余弦值.

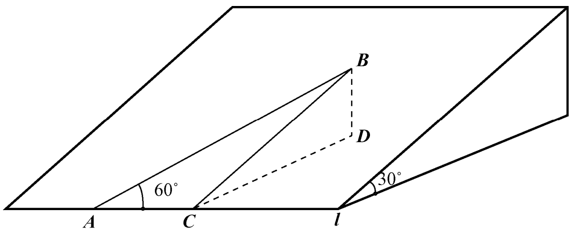
2．以等腰直角△ABC 的斜边 BC 上的高 AD 为折痕，使平面 ABD 与平面 ADC 互相垂直，求∠BAC 的值.

3．已知球的截面圆面积为 $144\pi\text{cm}^2$，球心到截面的距离为 5cm．求球的半径及球的表面积．

B 组

1．已知长方体形的铜块长、宽、高分别是 2cm、4cm、8cm，将它熔化后能铸成多少个棱长为 2cm 的正方体形的铜块（不计损耗）？

2．一山坡的倾斜度是 30°，如图，山坡上有条小路 AB 与斜坡底线 l 成 60° 角，沿小路向上走 100m，升高了多少米？



第 10 章　概率与统计初步

10.1　计 数 原 理

10.1.1　分类计数原理

目标点击

掌握分类计数原理，并能利用其进行简单的计算.

知识回顾

完成一件事，有 n 类方式，在第 1 类方式中有 k_1 种不同的方法，在第 2 类方式中有 k_2 种不同的方法，……，在第 n 类方式中有 k_n 种不同的方法，那么完成这件事共有 N=__________________种不同的方法.

答疑解难

分类计数原理的特点是什么？如何正确使用这个计数原理？

答：分类计数原理的特点是：完成一件事，有不同的办法，但各类办法间相互独立；各类办法中的每种办法都能独立完成这件事.

在使用这个基本原理计数时，如果完成一件事有若干类不同的办法，无论哪一类办法中的哪一种都能单独地完成这件事，求完成这件事的方法的总数，就用分类计数原理.

同步演练

练习　10.1.1

一、填空题

1．一个袋内装有 7 个大小不同的蓝色球，9 个大小不同的红色球，现从中任取一个球，有______种不同的取法.

2．某职业中学高二年级有青年志愿者 8 名，高三年级有青年志愿者 15 名，从中选出一名同学参加活动，共有__________种选法.

3．桌面上有两堆球，分别为 15 个红球和 20 个白球，从中任意取出一个球，有______种取法.

4．加工某种零件有两种方法，会第一种方法的有 6 人，会第二种方法的有 4 人，从中任选 1 人完成零件的加工任务，共有__________种选法.

二、选择题

1．某班有男生 23 人，女生 26 人，从中选出一人担任班委，共有（　　）种选法．

A．23　　B．26　　C．49　　D．16

2．某学校高一年级共有 7 个班，高二年级 6 个班，从中选一个班级担任学校星期一早晨升旗任务，共有（　　）种安排方法．

A．12　　B．13　　C．14　　D．42

3．某火车站，进站台需要上楼，该车站有电梯 4 部，自动扶梯 2 部．一位旅客要进站台，共有（　　）种不同的走法．

A．4　　B．6　　C．8　　D．10

4．从甲地到乙地，可以乘火车，也可以乘汽车，还可以乘飞机．一天中，火车有 4 班，汽车有 2 班，飞机有 3 班．那么一天中乘坐这些交通工具从甲地到乙地共有（　　）种不同的走法．

A．8　　B．9　　C．12　　D．24

三、解答题

1．书架上有 5 本不同的科普书，3 本不同的文艺书，从中任取 1 本书，问有多少种不同的取法？

2．五一期间，某家庭自助旅游，要从郑州去西安，一天中有火车 6 班，有汽车 8 班，那么一天中乘坐这些交通工具从郑州到西安有多少种不同的走法？

3．一幅扑克牌有黑桃、红桃、方块、梅花各 13 张，大、小王各 1 张，从中任取一张，问有多少种不同取法？

4．某职业学校汽修一班的同学分为三个小组，甲组有 11 人，乙组有 10 人，丙组有 12 人．现要选派 1 人参加学校的技能大赛，问共有多少种不同的选派方法．

10.1.2　分步计数原理

目标点击

掌握分步计数原理，并能利用其进行简单的计算．

知识回顾

完成一件事，需要分成 n 个________，做第 1 步有 k_1 种不同的方法，做第 2 步有 k_2 种不同的方法，……，做第 n 步有 k_n 种不同的方法，那么完成这件事共有 N=________________种不同的方法．

答疑解难

分类计数原理和分步计数原理的共同点和不同点是什么？如何正确使用这两个计数原理？

答：分类和分步计数原理的共同点：都是研究“完成一件事，共有多少种不同的方法”，它们的区别在于一个与“分类”有关，一个与“分步”有关；

在使用这两个基本原理计数时，如果完成一件事有若干类不同的办法，无论哪一类办法中的哪一种都能单独地完成这件事，求完成这件事的方法的总数，就用分类计数原理；如果完成一件事，需要分成几个步骤，各个步骤都不可缺少，需要完成所有的步骤才能完成这件事，而完成每一个步骤又各有若干方法，求完成这件事方法的种数，就用分步计数原理．

同步演练

练习　10.1.2

一、填空题

1．由 1，2，3，4 可组成______个无重复数字的四位数．

2．某地电话号码由 7 位数字组成，左边第一位不能用 0，此地最多安装电话______门．

3．桌面上有两堆球，分别为 8 个红球和 6 个蓝球，从中任意取出 2 个球，要求一个红球和一个蓝球，有_________种不同取法．

二、选择题

1．5 名中等职业学校毕业生报考三所高等职业院校，每人只能报考一所学校，共有（　　）种不同的报名方法．

A．3^5　　B．5^3　　C．15　　D．10

2．某网络客户服务系统通过用户设置的 6 位数密码来确认客户身份，密码的每位数都

可以在 0～9 中任意选择．现有一批客户密码设置互不相同，则这批客户最多有（　　）个．

A．10^6　　B．6^{10}　　C．600　　D．9×10^5

3．从 1，2，3，4 四个数字中任取 3 个数字，要组成没有重复数字，并且不超过 300 的三位数共有（　　）个．

A．12　　B．18　　C．24　　D．72

4．某班级有男三好学生 3 人，女三好学生 4 人．从中任选男、女三好学生各一人去参加座谈会，有（　　）种不同的选法．

A．9　　B．20　　C．12　　D．8

5．由 7 名男生和 9 名女生组成班级羽毛球混合双打代表队，共可能组成（　　）个不同的队．

A．45　　B．16　　C．63　　D．7

三、解答题

1．某学校开设了文科选修课 3 门，理科选修课 4 门，实验选修课 2 门，有位学生要从中选学不同科的两门，共有多少种不同的选法？

2．开车从甲地出发到丙地有两种选择，一种是从甲地出发经乙地到丙地，另一种是从甲地出发经丁地到丙地．其中从甲地到乙地有 2 条路可通，从乙地到丙地有 3 条路可通；从甲地到丁地有 4 条路可通，从丁地到丙地有 2 条路可通．则从甲地到丙地不同的走法共有多少种？

3．某厂生产的计算机有 5 种不同形状的外壳，4 种不同颜色的装潢，外壳形状和装潢有一项不同就认为是不同式样的计算机，则这个工厂共可以生产多少种不同式样的计算机？

10.2　概　　率

10.2.1　随机事件

目标点击

正确理解随机试验、随机事件及其概率的意义，了解随机事件的发生存在规律性．

知识回顾

1．在相同条件下，具有________可能的结果，而事先______________会出现哪种结果的现象叫做随机现象．

2．在试验和观察中不能再分的最简单的随机事件，叫做_______________；可以用基本事件来描绘的随机事件叫做________________．

3．随机试验的____________叫做随机事件．

4．在一定条件下，___________叫做不可能事件．

5．在一定条件下必然发生的事件叫做__________．

答疑解难

先后抛掷 3 枚均匀的一分、二分、五分硬币．

（1）一共可能出现多少种不同的结果？

（2）出现“2 枚正面，1 枚反面”的结果有多少种？

分析：（1）由于对先后抛掷每枚硬币而言，都有出现正面和反面的两种情况，所以共可以出现的结果有 $2\times2\times2=8$（种）

（2）出现“2 枚正面，1 枚反面”的情况可以从（1）中 8 种情况列出．

（3）因为每枚硬币是均匀的，所以（1）中的每种结果的出现都是等可能性的．

解：（1）因为抛掷一分硬币时，有出现正面和反面 2 种情况；抛掷二分硬币时，有出现正面和反面 2 种情况；抛掷五分硬币时，有出现正面和反面 2 种情况．所以共可能出现的结果有 $2\times2\times2=8$（种）．即：一分、二分、五分的顺序可能出现的结果为：（正、正、正），（正、正、反），（正、反、正），（反、正、正），（正、反、反），（反、正、反），（反、反、正），（反、反、反）．

（2）出现“2 枚正面，1 枚反面”的结果有 3 种：（正、正、反），（正、反、正），（反、正、正）．

同步演练

练习　10.2.1

一、填空题

1．一次掷红、黄两颗骰子的试验其基本事件的个数是_________．

2．随机试验的所有可能结果是事前__________，并且这些可能结果不止一个．

3．可以用____________来描绘的随机事件叫做复合事件．

4．先后抛掷均匀的一分、二分硬币各一枚，可能出现的基本事件有_________种．

二、选择题

1．下列事件不是随机事件的是（　　）．

A．一颗骰子抛掷一次出现奇数点

B．掷两颗骰子出现的点数之和等于 2

C．型号完全相同的红、白、黄色球各 2 个，从中任取 1 个是红球

D．异性电荷互相吸引

2．抛掷一颗骰子，“出现奇数点”的事件是（　　）．

A．基本事件　　B．随机事件　　C．不可能事件　　D．必然事件

3．下列现象（　　）为必然现象．

A．如果袋中装的球都是白球，那么从袋中任取一个球是白球

B．中午测王平的体温为 36.5℃

C．掷一颗骰子，点数为 4

D．掷一枚硬币，出现反面

4．下列各事件中，随机事件为（　　）．

A．天气的温度在 –20 ℃时，下雨

B．导体通电，发热

C．从含有 5 件次品的 100 件产品中任意抽取 3 件，没有一件次品

D．掷一枚骰子得到的点数为 8

三、解答题

1．若一个家庭有两个孩子，写出所有可能的结果．

2．抛掷一颗骰子，观察掷出的点数，指出下列事件中的基本事件和复合事件：

（1）$A=\{点数是2\}$　　（2）$B=\{点数是4\}$

（3）$C=\{点数是6\}$　　（4）$D=\{点数是偶数\}$

10.2.2　频率与概率

目标点击

了解频率和概率概念，并能理解它们的关系．

知识回顾

1．设在 n 次重复试验中，事件 A 发生了 m 次（$0\leqslant m\leqslant n$），m 叫做事件 A 发生的______；事件 A 的频数在试验的总次数中所占的比例 $\dfrac{m}{n}$，叫做事件 A 发生的__________．

2．通常，当试验次数________时，如果事件 A 发生的频率总稳定在某个常数附近，那么就把这个常数叫做事件 A 发生的________，记作 $P(A)$．

答疑解难

在随机试验中，某事件 A 发生的频率就是事件 A 发生的概率吗？

答：不一定．事件 A 发生的频率是对于已经做过的随机试验来说的，对于相同试验，试验者不同或重复不同的试验次数，事件 A 发生的频率也会不同，当试验次数充分大时，事件 A 发生的频率会稳定在某个常数附近，而这个常数就是这个事件 A 的概率．

同步演练

练习　10.2.2

一、填空题

1．抛掷一枚硬币 1000 次，正面向上 498 次，反面向上 502 次，则事件 $A=\{$正面向上$\}$ 发生的频率为___________．

2．必然事件 Ω 的概率 $P(\Omega)=$________．

3．随机事件 A 的概率的范围是 _____________．

二、选择题

1．某校对 1600 名男生的身高进行了测量，结果身高（单位：m）在 1.65～1.75 这一小组的频率为 0.4，则该组的人数为（　　）．

A．640　　B．480　　C．400　　D．40

2．下列说法正确的是（　　）．

A．某事件发生的概率为 $\frac{1}{2}$，这就是说：在两次重复实验中，必有一次发生．

B．一个袋子里有 100 个球，小明摸了 8 次，每次都只摸到黑球，没摸到白球，结论：袋子里只有黑色的球

C．两枚一元的硬币同时抛下，可能出现的情形有：①两枚均为正；②两枚均为反；③一正一反，所以出现一正一反的概率是 $\frac{1}{3}$

D．全年级有 400 名同学，一定会有 2 人同一天过生日

三、解答题

1．为了解某厂产品的合格情况，进行了 5 次抽检，结果如下表

抽查产品数	60	150	600	800	1800
合格数	53	131	540	715	1600
合格品频率	0.883	0.873		0.893	0.889

求：（1）第三次抽查该厂生产的产品是合格品的频率为多少？

（2）该厂生产的产品是合格品的概率是多少？

2．某人在相同条件下进行了六组射击练习，成绩如下表，试求此人射击一次中靶的概率．

实验序号	1	2	3	4	5	6
射击次数	50	50	100	100	150	150
中靶次数	38	39	77	76	111	113
中靶频率	0.76	0.78	0.77	0.76	0.74	0.75

10.2.3　古典概型

目标点击

理解古典概型，能够运用计数原理计算古典概率．

知识回顾

1．如果一个随机试验的基本事件只有_____个，并且各个基本事件发生的可能性______，那么称这样的随机试验为古典概型．

2．设古典概型试验共包含 n 个基本事件，事件 A 包含 m 个基本事件，那么事件 A 发生的概率为 $P(A)=$_________．

3．在一个随机试验中，不可能同时发生的两个事件叫做_______（或__________）事件．

4．事件 A 与事件 B 中至少有一个发生，则叫做事 A 与事件 B 的____事件，记作：A___B

5．对于互斥事件 A 和 B，有 $P(A\cup B)=$_____________．

答疑解难

1．事件 A 与事件 B 的和事件 $A\cup B$ 的含义是什么？

答：$A\cup B$ 表示事件 A 和事件 B 中至少有一个发生．即：事件 A 发生但事件 B 不发生；事件 A 不发生但事件 B 发生；事件 A 发生且事件 B 发生，共三种情况．

2．在运用概率加法公式 $P(A\cup B)=P(A)+P(B)$时应注意什么？

答：$P(A\cup B)=P(A)+P(B)$只有在事件 A 和事件 B 互斥时才成立，否则不成立．如有两人对同一目标进行射击，一人击中目标的概率为 0.6，另一个击中目标的概率为 0.7，则两人各射击一次至少有一个击中目标的概率为 0.6+0.7=1.3 是错误的．

同步演练

练习　10.2.3

一、填空题

1．掷一颗骰子，事件“出现 6 点”的概率是__________．

2．有 10 件产品，其中有 2 件次品，每次取 1 件，不能放回地取出 3 件，则这 3 件都是正品的概率是_________．

3．一个盒子中有 30 颗围棋子，其中有 25 颗黑子，5 颗白子．从盒子中任取一颗，取到

白子的概率是__________.

4．某产品分甲、乙、丙三个等级，其中乙、丙两级均属次品，若生产中出现乙级品的概率为 0.03，丙级品的概率为 0.01，则抽查这些产品，得到次品的概率为__________.

5．10 把钥匙中有 3 把能开锁，从中任选 1 把，能开锁的概率是__________.

二、选择题

1．有 5 件新产品，其中 A 型产品 3 件，B 型产品 2 件，现从中任抽 2 件，它们都是 A 型产品的概率是（　　）.

A．$\frac{3}{5}$　　B．$\frac{2}{5}$　　C．$\frac{3}{10}$　　D．$\frac{3}{20}$

2．若以连续掷两次骰子得到的点数 m,n 作为点 P 的坐标，则点 P 落在圆 $x^2+y^2=16$ 内的概率是（　　）.

A．$\frac{5}{18}$　　B．$\frac{7}{18}$　　C．$\frac{4}{9}$　　D．$\frac{2}{9}$

3．在一个暗箱里放入除颜色外其他都相同的 3 个红球和 11 个黄球，搅拌均匀后随机任取一个球，取到红球的概率是（　　）.

A．$\frac{3}{11}$　　B．$\frac{8}{11}$　　C．$\frac{11}{14}$　　D．$\frac{3}{14}$

4．将两枚匀质硬币同时抛出，出现同面向上的概率是（　　）.

A．1　　B．$\frac{1}{2}$　　C．$\frac{1}{3}$　　D．$\frac{1}{4}$

三、解答题

1．一个袋子中有 6 个红球，5 个白球，从中任取 1 球，放回后再摸出一个球，求取到一个白球一个红球的概率.

2．掷一骰子两次，求两次都出现 6 点的概率.

3．中央电视台“幸运 52”栏目中的“百宝箱”互动环节，是一种竞猜游戏，游戏规则如下：在 20 个商标中，有 5 个商标牌的背面注明了一定的奖金额，其余商标的背面是一张苦脸（若翻到它就不得奖）. 参加这个游戏的观众有三次翻牌的机会. 某观众前两次翻牌均得若干奖金，如果翻过的牌不能再翻，求这位观众第三次翻牌获奖的概率.

10.3　总体、样本与抽样方法

10.3.1　总体与样本

目标点击

了解总体、个体与样本的概念.

知识回顾

1．在统计中，________________全体叫做总体，组成总体的每个对象叫做__________.

2．被抽取出来的个体的集合叫做总体的______________.

3．样本所含个体的数目叫做__________________.

答疑解难

1．在统计中，样本和样本容量相同吗？

答：不同．样本是为了推测总体的情况而随机地从总体中抽取的一部分个体，样本所含个体的数目叫样本容量.

2．要测量一批灯炮的使用寿命，随机抽取 50 个灯炮进行测试，试指出其总体、个体、样本和样本容量.

答：总体是所有这批灯炮的使用寿命，个体是每个灯炮的使用寿命，样本是被抽取的 50 个灯炮的使用寿命，样本容量是 50.

同步演练

练习　10.3.1

一、填空题

1．从 50 个产品中抽取 10 个进行检查，则总体个数为________，样本容量为_______.

2．为了考查某地 10 000 名初中毕业生数学升学考试成绩，从中抽出 100 本试题，每本试卷 25 份，那么样本是______________.

3．某校有 1500 名学生，为了解某年级 300 名学生期末语文考试成绩的情况，从中抽取 10 名学生的成绩进行考察．在这个问题中，样本容量是___________.

二、选择题

1．下列叙述正确的是（　　）.

A．总体是样本的集合　　　　B．个体是总体的元素

C．样本是总体的元素　　　　D．全部个体组成样本

2．为了考查某地区初中毕业生的数学毕业会考情况，从中抽查了 200 名考生的数学成绩，在这个问题中，下面说法错误的是（　　）.

A．总体是被抽查的 200 名考生　　　　B．个体是每一个考生的数学成绩

C．样本是 200 名考生的数学成绩　　　　D．样本容量是 200

3．某校有 40 个班，每班 50 人，每班选派 3 人参加“学代会”，在这个问题中样本容量

是（　　）.

A．40　　B．50　　C．120　　D．150

4．为调查参加运动会的1000名运动员的年龄情况，从中抽查了100名运动员的年龄，就这个问题，下列说法正确的是（　　）.

A．1000名运动员是总体　　B．每个运动员是个体

C．抽取的100名运动员是样本　　D．样本容量是100

三、解答题

1．为了考察一个学校的学生参加课外体育活动的情况，对其中60名学生每天参加课外体育活动的时间进行调查．指出其中的总体、个体、样本、样本容量.

2．某市为了掌握职高毕业生的身高状况，随机抽取 260 名毕业生测试身高，指出其中的总体、个体、样本与样本容量.

10.3.2　抽样

目标点击

理解随机样本的概念. 能区分不同抽样方式的优、缺点并能选择适当的抽样方式进行抽样.

知识回顾

1．从元素个数为 N 的总体中随机抽取容量为 n 的样本，如果每一次抽取时总体中的每个个体被抽到的机会是__________，这种抽样方法叫做简单随机抽样.

2．当总体所含的个体较多时，可将总体分成均衡的几个部分，然后按照预先定出的规则，从每一部分中抽取一定数目的个体，这样的抽样叫做___________.

3．当总体是由有明显差异的几个部分组成时，可将总体按差异情况分成___________的几个部分________层，然后按各层个体总数所占比例来进行抽样，这种抽样叫做_________.

答疑解难

简单随机抽样、系统抽样和分层抽样三者之间的共同点、区别和联系是什么？

答：三者之间的共同点：抽样过程中每个个体被抽到的可能性相等．均为等可能抽样.

区别：①简单随机抽样：从总体中逐个抽取，它适用于总体中的个体较少；

②系统抽样：将总体均分成几部分，按事先确定的规则在各部分抽取，它适用于总体中

个体数较多；

③分层抽样：将总体分成几层，分层进行抽样，它适用于总体由差异明显的几部分组成.

联系：系统抽样在起始部分抽样是采用简单随机抽样；分层抽样在各层抽样时采用简单随机抽样或系统抽样.

同步演练

练习　10.3.2

一、填空题

1．某社区有 500 个家庭，其中高收入家庭 125 户，中等收入家庭 280 户，低收入家庭 95 户，为了调查社会购买力的某项指标，要从中抽取 1 个容量为 100 的样本，那么完成上述调查应采用的抽样方法是______________.

2．福利彩票的中奖号码是由 1～36 个号码中选出 7 个号码来按规则确定中奖情况，这种从 36 个选 7 个号的抽样方法是________.

3．为了了解某厂 1 千台冰箱的质量，把这 1 千台冰箱编上序号，然后用抽签的方法抽取 10 台，这种抽样方法是_________，这种抽样方法_____代表性.（填“具有”或“不具有”）

4．系统抽样适用于_________________的总体.

二、选择题

1．对于简单随机抽样，个体被抽到的机会（　　）.

A．相等　　B．不相等　　C．不确定　　D．与抽取的次数有关

2．抽签法中确保样本代表性的关键是（　　）.

A．制签　　B．搅拌均匀　　C．逐一抽取　　D．抽取不放回

3．要从某校高三年级 85 名学生中抽取 20 名学生作为一个样本，用抽签的方法选取是（　　）.

A．分层抽样　　B．系统抽样　　C．简单随机抽样　　D．无法确定

4．下列说法中错误的是（　　）.

A．2000 年 2 月 2 日晚 7:00 中央电视台播放新闻联播节目时，电视台有关部门对全国 100 个城市 2222 个家庭进行调查，结果有 1992 户正在收看此节目，占 89%，那么我们就可以说，全国所有的城市家庭中，此时收看新闻联播的收视率为 89%

B．进行产品检验时，应采用随机抽样的方法

C．在统计中，要了解一块玉米地里所有单株玉米的产量情况，则这块地里各单株玉米产量的全体是总体

D．对产品进行检验时，应该对产品进行一一检验

三、解答题

1．为了了解参加某种知识竞赛的 1000 名学生的成绩，应采用什么样的抽样方法恰当？

2．利用系统抽样，从 800 份期末试卷中抽出 50 份进行复查，写出抽取过程．

3．一个地区共有 5 个乡镇，人口 3 万，其中人口比例为 3∶2∶5∶2∶3，从 3 万人中抽取一个 300 人的样本，分析某种疾病的发病率，已知这种疾病与不同的地理位置及水土有关，问应采取什么样的方法？并写出具体过程．

10.4　用样本估计总体

10.4.1　用样本的频率分布估计总体

目标点击

理解用样本的频率分布去估计总体．

知识回顾

1．分析样本的数据，进行分组后各组内数据个数叫做该组的_________．每组的频数与全体数据的个数之比叫做该组的__________．

2．从频率分布直方图可以直观地反映_____________的分布情况．由此可以推断和估计总体中某事件发生的__________．

答疑解难

1．用样本的频率分布估计总体的步骤是什么？

答：用样本的频率分布估计总体的步骤为：

（1）选择恰当的抽样方法得到样本数据；

（2）计算数据的最大值和最小值、确定组距和组数，确定分点．列出频率分布表；

（3）绘制频率分布直方图；

（4）观察频率分布表与频率分布直方图，根据样本的频率分布，可以估计总体某事件发生的概率．

2．频率分布直方图中各小矩形的面积之和为什么等于 1？

答：因为频率分布直方图的横轴显示数据分组情况，以组距为单位，纵轴显示频率与组距之比．因此，某一组距的频率数值等于对应矩形的面积，而所有频率数值之和为 1，

即各小矩形的面积之和等于 1.

同步演练

练习　10.4.1

一、填空题

1．绘制频率分布直方图时，各个小长方形的面积等于各组的_________，各个小长方形的面积的和等于_____.

2．某班 50 名学生测量身高，1.70～1.73 米的这组人数有 15 人，则这组的频率为____.

3．有一个样本共有 50 个数据，分成 5 组，在绘出的频率分布直方图中，第一组小长方形的面积为 0.2，第二、三组小长方形的面积的和为 0.5，则第四、五组小长方形的面积和为________，数据的个数为________.

二、选择题

1．在频率分布直方图中，表示各组频率的是该组长方形的（　　）.

A．底　　B．高　　C．面积　　D．周长

2．关于频率分布直方图中的有关数据，下列说法正确的是（　　）.

A．直方图的高表示该组上的个体在样本中出现的频率

B．直方图的高表示取某数的频率

C．直方图的高表示该组上的个体数与组距的比值

D．直方图的高表示该组上个体在样本中出现的频率与组距的比值

3．一个容量为 20 的样本，已知某组的频率为 0.25，则该组的频数为（　　）.

A．2　　B．5　　C．15　　D．80

4．一个容量为 20 的样本数据，分组后，组距与频数如下：

组距	$(10,20]$	$(20,30]$	$(30,40]$	$(40,50]$	$(50,60]$	$(60,70]$
频数	2	3	4	5	4	2

则样本在 $(10,50]$ 上的频率为（　　）.

A．$\frac{1}{20}$　　B．$\frac{1}{4}$　　C．$\frac{1}{2}$　　D．$\frac{7}{10}$

三、解答题

1．有一容量为 50 的样本，数据的分组和各组的频数如下：[10，15)，4；[15，20)，5；[20，25)，10；[25，30)，11；[30，35)，9；[35，40)，8；[40，45)，3.

（1）列出频率分布表；（2）画出频率分布直方图.

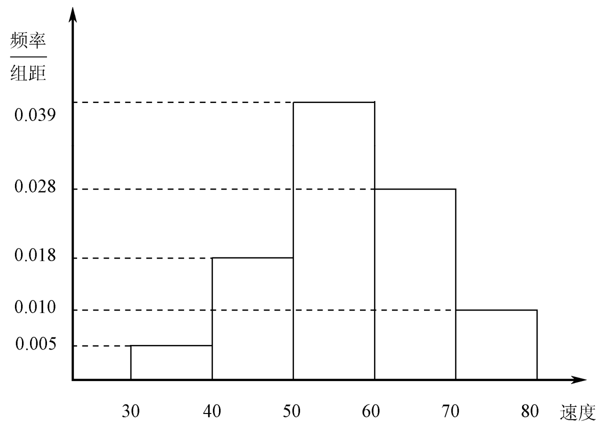
2．从计算机（3）班期末考试中随机抽取了30名学生的数学成绩，列出频率分布表如下：

分　组	频　数	频　率
50～60	1	$\frac{1}{30}$
60～70	5	
70～80		$\frac{1}{5}$
80～90	12	$\frac{2}{5}$
90～100		

（1）将以上表格填写完整.

（2）估计这个班期末考试成绩的优良率（≥80分）为________.

3．当 200 辆汽车经过某一雷达测速区时，绘制时速频率分布直方图如下，则时速在$[50，60)$的汽车大约有多少辆？



10.4.2　用样本均值、标准差估计总体

目标点击

了解均值、方差、标准差的意义，会求样本的均值、样本方差和标准差，会用简单随机样本的均值估计总体的均值.

知识回顾

1．一般地，设样本的元素为 x_1，x_2，…，x_n，样本的平均数 $\bar{x}=$________________，样本方差 $s^2=$______________________，样本标准差 $s=$__________________________．

2．计算样本数据 x_1，x_2，…，x_n 的标准差的步骤是：

（1）算出样本数据的平均数 $\bar{x}$；

（2）算出每个样本数据与样本平均数的差．即________________________；

（3）算出（2）中的____________________；

（4）算出（3）中 n 个平方数和的 $\dfrac{1}{n-1}$，即为 $s^2=\dfrac{1}{n-1}\left[(x_1-\bar{x})^2+(x_2-\bar{x})^2+\cdots+(x_n-\bar{x})^2\right]$；

（5）算出（4）中的________________，即为________________．

答疑解难

1．用样本的平均数估计总体的平均数时，样本的平均数与总体的平均数绝对一致吗？

答：不一致．抽取的样本不同，样本的平均数也不同，即样本平均数具有随机性，所以，用样本平均数估计总体的平均数时，样本的平均数只是总体平均数的近似值．

2．样本方差和标准差有什么相同点和不同点？

答：相同点：样本方差和标准差都描述了一组数据围绕平均值波动的大小；

不同点：标准差的单位与样本数据一致，而方差则不一致．

同步演练

练习　10.4.2

一、填空题

1．$\bar{x}=\dfrac{1}{n}(x_1+x_2+\cdots+x_n)$ 叫做样本的________________．

2．对于简单随机样本，可以用样本均值估计总体的______________，用样本标准差估计总体的________________．

3．从一箱铁钉中随机抽取 10 根，测得它们的长度如下（单位：cm）：3.33　3.35　3.38　3.34　3.35　3.36　3.32　3.30　3.31　3.40，那么这箱铁钉的平均长度为__________cm（精确到 0.01）．

4．若有 17 名学生修理桌椅，7 人各修 3 件，5 人各修 4 件，5 人各修 2 件，则平均每人修_______件．

二、选择题

1．从总体取得样本值为 14.7，15.1，14.8，15.0，15.2，14.6，试估计总体均值为（　　）．

A．14.7　　B．14.9　　C．15.0　　D．15.2

2．在一次数学测验中，某小组 14 名学生的分数分别与全班的平均分 85 的差是：2，3，–3，–5，12，12，8，2，–1，4，–10，–2，5，5，那么这个小组的平均分是（　　）．

A．97.2 分　　B．87.29 分　　C．92.32 分　　D．82.86 分

3．已知样本标准差为 s，则可以估计总体标准差为（　　）．

A．s^2　　B．$2s$　　C．s　　D．$\sqrt{s}$

4. 从总体中抽取一组样本，观察值为 0.98，1.01，0.99，1.11，0.87，那么样本方差为（　　）.

A．0.01　　B．0.02　　C．0.03　　D．0.04

三、解答题

1. 对某型号飞机的最大飞行速度 v 做 15 次试验，得数据如下（单位：m/s）：432.5　422.2　417.2　425.6　420.3　425.8　412.3　423.1　418.7　425.2　438.3　434.0　413.5　441.3　423.0，试用样本均值估计总体最大速度的均值.

2．从某中职学校一年级学生中，随机抽查了 10 名学生的数学期中考试成绩，分数如下：90，84，84，86，87，98，73，82，90，93，试求其平均数，并估计该学校一年级学生的平均成绩.

3．从全校学生中随机选出 10 人测量身高，每人的身高如下（单位：cm）：165　160　170　162　168　172　163　166　155　172，试计算样本平均数和样本标准差，并估计总体平均数和总体标准差.

10.5　一元线性回归

10.5.1　相关关系

目标点击

了解相关关系的概念，能举出相关关系变量的实例.

知识回顾

1．变量之间的____________的相互依存的关系叫做相关关系.

2．相关关系的特点：当一个变量或 n 个变量的值确定后，另一个变量的值虽然与它（或它们）有着密切的关系，但却______________.

答疑解难

1．举出几个现实生活中具有相关关系变量的实例

答：例如，人的血压与气温；环境污染与汽车的使用量；心跳次数与运动量的关系等.

2．相关关系与函数关系的异同点是什么？

答：相同点：均是指两个变量的关系.

不同点：（1）函数关系是一种确定的关系；而相关关系是一种非确定关系．函数关系是自变量与函数之间的关系，这种关系是两个非随机变量的关系；而相关关系是非随机变量与随机变量的关系.（2）函数是一种因果关系，而相关关系不一定是因果关系.

同步演练

练习　10.5.1

一、填空题

1．变量与变量之间的关系，一般可分为______________和________________两类.

2．人的身高和体重两个变量具有______________________关系.

3．在以下几个生活实例中，具有相关关系的是__________.（填序号）

（1）气象中的相对湿度和降雨量；（2）钢铁工业中的高炉产量与炉顶压力

（3）某种商品的广告费与销售额；（4）球的半径与体积

二、选择题

1．下列两个变量之间的关系是相关关系的是（　　）.

A．正方体的棱长和体积

B．正方形的边长与周长

C．单产为常数时，土地面积和总产量

D．日照时间与水稻的亩产量

2．在以下几个生活实例中，不具有相关关系的是（　　）.

A．人的年龄与身高

B．环境污染与汽车的使用量

C．心跳次数与运动量

D．人的血压与气温

三、解答题

1．举出几个现实生活中具有相关关系变量的实例.

2．下列所给出的两个变量之间哪些存在相关关系，哪些不存在相关关系？

（1）学生的座位号与数学成绩.

（2）学生的学号与身高.

（3）曲线上的点与该点的坐标之间的关系.

（4）学生的身高与体重.

（5）商品销售收入与广告支出经费.

10.5.2 一元线性回归

目标点击

了解一元线性回归，会求一元线性回归方程.

知识回顾

1．在平面直角坐标系 xoy 中，x 轴和 y 轴分别表示具有相关关系的两个变量，每个样本中的两个变量组成的有序数对(x, y)，对应于平面上一个点，这些点组成的图形叫做______.

2．一元线性回归方程反应一个______________与一个______________之间的线性关系，当直线方程 $y=\hat{a}+\hat{b}x$ 的 $\hat{a}$ 和 $\hat{b}$ 确定时，即为一元线性回归方程.

答疑解难

回归直线方程 $y=a+bx$ 中，回归系数 b 的意义是什么？

答：当 $b>0$ 时，意义是自变量 x 每增加一个单位时，y 平均增加 b 个单位；当 $b<0$ 时，意义是自变量 x 每增加一个单位时，y 平均减少 $|b|$ 个单位.

同步演练

练习 10.5.2

一、填空题

1．在平面直角坐标系 xoy 中，x 轴和 y 轴分别表示具有相关关系的两个变量，每个样本中的两个变量组成的有序数对(x, y)，对应于平面上一个点，这些点组成的图形叫做______.

2．方程 $y=\hat{a}+\hat{b}x$ 叫做 y 关于 x 的一元线性回归方程，它的图形叫做______________.

二、选择题

1．对于给定的两个变量的统计数据，下列说法正确的是（　　）.

A．都可以分析出两个变量的关系　　B．都可以用一条直线近似地表示两者关系

C．都可以作出散点图　　D．都可以用确定的表达式表示两者关系

2．设有一个直线回归方程为 $y=2-1.5x$，则变量 x 每增加一个单位时（　　）.

A．y 平均增加 1.5 个单位　　B．y 平均增加 2 个单位

C．y 平均减少 1.5 个单位　　D．y 平均减少 2 个单位

3．下表是某小卖部一周卖出热茶的杯数与当天气温的对比表：若热茶杯数 y 与气温 x 近似地满足线性关系，则其关系式最接近的是（　　）.

气温/℃	18	13	10	4	−1
杯数	24	34	39	51	63

A．$y = x + 6$　　B．$y = -x + 42$　　C．$y = -2x + 60$　　D．$y = -3x + 78$

三、解答题

1．有 10 名同学高一(x)和高二(y)的数学成绩如下：

高一成绩 x	74	71	72	68	76	73	67	70	65	74
高二成绩 y	76	75	71	70	76	79	65	77	62	72

求高二成绩 y 对高一成绩 x 的回归直线方程.

2．设关于某设备的使用年限 x 和所支出的维修费用 y（万元）有如下的统计资料：

使用年限 x（年）	2	3	4	5	6
维修费用 y（万元）	2.2	3.8	5.5	6.5	7.0

若由资料知，y 对 x 呈线性相关关系，试求：

（1）方程 $y=bx+a$ 的回归系数 a，b；

（2）年限为 10 年时，维修费用是多少？

概率与统计初步自我测验题

A组

一、填空题

1．在 100 张奖券中，有 4 张中奖券，从中任取 1 张中奖的概率是_________.

2．从 2，3，4，5，6 五个数中，任取两个数分别做对数的底数与真数，可以得到_____个不同的对数值.

3．由数字 3，4，5 可以组成__________个无重复数字的三位数.

4．由数字 1，2，3，4，5 组成无重复数字的两位数，其中奇数共有_______个.

5．某种物理试验进行 10 次，得到的试验数据是：20，18，22，19，21，20，19，19，20，21，则样本均值是__________.

二、选择题

1．一个口袋内装有大小和形状都相同的 1 个红球和 1 个白球，“从中任意摸出 1 个球，得到白球”，这个事件（　　）.

A．是必然事件　B．是随机事件　C．是不可能事件　D．是对立事件

2．已知 12 件同类产品中，有 10 件是正品，2 件是次品，从中任意抽出 3 件的必然事件是（　　）.

A．3 件都是正品　B．至少有一件是正品

C．3 件都是次品　D．至少有一件是次品

3．3 张不同的电影票全部分给 10 个人，每人至多一张，则有不同分法的种数是（　　）.

A．2160　B．120　C．240　D．720

4．按血型系统学说，每个人的血型为 A，B，O，AB 型四种之一，依血型遗传学，当且仅当父母中至少有一人的血型是 AB 型时，其子女的血型一定不是 O 型，如果某人的血型为 O 型，则该人的父母血型的所有可能情况种数有（　　）.

A．6　B．7　C．9　D．10

5．某中职学校一年级有 30 名男子足球运动员，要从中选出 5 人调查身体状况，调查应采用的抽样方法是（　　）.

A．随机抽样法　B．分层抽样法　C．系统抽样法　D．无法确定

6．为考察某市中职毕业生数学考试情况，从中抽取 150 名学生的成绩，该问题的样本是（　　）.

A．这 150 名学生的成绩　B．这 150 名学生

C．这 150 名学生的平均成绩　D．这 150 名学生的数学成绩

三、解答题

1．在平面直角坐标系中，若 $x\in\{1, 2, 3\}$，$y\in\{3, 4, 5, 6\}$，求以 (x, y) 为坐标的点的个数.

2．一批产品 100 件，其中只有 11 件是一等品，从中任取 1 件，“取到一等品”的概率是多少？

3．甲、乙两人参加普法知识竞赛共有 10 个不同的题目，其中选择题有 6 个，判断题有 4 个，甲、乙两人依次各抽一题．问：甲抽到选择题、乙抽到判断题的概率是多少？

B 组

1．用 0，1，2，3，4，5 这六个数字，组成没有重复数字的五位数，求在下列情况，各有多少个？

（1）奇数．

（2）能被 5 整除．

2．某住宅小区的商店为了确定鲜牛奶的进货量，需要了解每天能卖出多少袋鲜牛奶，李明同学帮助商店做这件事，他随机选取了 6 天，这 6 天卖出鲜牛奶的袋数如下：85，93，87，78，90，84．

根据这个样本，（1）请你估计这个商店平均每天卖出鲜奶多少袋？

（2）试估计该商店每天卖出鲜奶的袋数的方差和标准差．

附录 A　参 考 答 案

第 6 章　数列参考答案

6.1　数列的概念

6.1.1　数列的定义

一、观察下面各数列的特点，填上适当的数.

1．8　　2．3　　3．$\sqrt{11}$　　4．$\dfrac{3\times4}{2}$.　　5．2　　6．$\dfrac{5}{6}$　　7．$\dfrac{1}{5}$　　8．9

二、选择题

1．A　　2．D　　3．C　　4．B

三、解答题

1．$a_6=\dfrac{7^2-1}{7}$；$a_{18}=\dfrac{19^2-1}{19}$　　2．$a_5=\sqrt{14}$；$a_7=2\sqrt{5}$

6.1.2　数列的通项公式

一、填空题

1．15　　2．$a_n=\sqrt{n}$　　3．$a_n=2n-1$　　4．6

二、选择题

1．B　　2．A　　3．B

三、解答题

1．分析

$$\begin{array}{ccccc}
\text{序号} & 1 & 2 & 3 & 4 \\
 & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\
\text{项} & -1 & \dfrac{1}{3} & -\dfrac{1}{5} & \dfrac{1}{7} \\
 & \| & \| & \| & \| \\
 & (-1)^1\dfrac{1}{2\times1-1} & (-1)^2\dfrac{1}{2\times2-1} & (-1)^3\dfrac{1}{2\times3-1} & (-1)^4\dfrac{1}{2\times4-1}
\end{array}$$

规律：这个数列的前 4 项分子都是 1，分母为序号的 2 倍减去 1，且奇数项为负，偶数项为正，所以它的通项公式为 $a_n=(-1)^n\dfrac{1}{2n-1}$.

解：$a_n=(-1)^n\dfrac{1}{2n-1}$

说明：数列的通项公式反映的是数列的第 n 项 a_n 与项数 n 之间的函数关系，因此，要写

出一个数列的通项公式，必须认真观察数列所给出的项，找出各项与其项数之间的关系，找出规律，从而得到通项公式.

2．①$a_{10}=110, a_{n+1}=(n+1)(n+2)$；

②将 42 代入数列的通项公式 $a_n=n(n+1)$, 有

$42=n(n+1)$,

解得　$n=6$或$n=-7$（舍）

所以 42 是数列中的项，是第 6 项.

6.2　等差数列

6.2.1　等差数列的概念

一、填空题

1．-2；6　　2．14　　3．等差数列；0　　4．13

二、选择题

1．C　　2．D　　3．B

三、解答题

1．解：$a_2=a_1+d=3+5=8$；　$a_3=13$；　$a_4=18$；　$a_5=23$.

2．$a_7=-4$.

6.2.2　等差数列的通项公式

一、填空题

1．10　　2．38　　3．7　　4．40

二、选择题

1．B　　2．D　　3．C

三、解答题

1．解：由已知得

$33=3+5d$

解之，得 $d=6$.

2．提示：由 $a_4=6$，$a_7=24$　得关于 a_1、d 的二元一次方程组求出 a_1、d

再求 $a_{20}=102$.

3．解：设所求的三个数分别为 $a-d, a, a+d$

由题中条件知：三个数和为 15，即 $(a-d)+a+(a+d)=15$　解得，$a=5$

又首末两项积为 9，即　$(a-d)(a+d)=9$　将 $a=5$ 代入，解得 $d=4$或$d=-4$ 故所求的三个数为 1，5，9 或 9，5，1.

6.2.3　等差数列的前 n 项和公式

一、填空题

1．162　　2．132　　3．10；10　　4．18

二、选择题

1．C　　2．B　　3．D　　4．B

三、解答题

1．解：由题知：$a_1=-9$，$d=-6-(-9)=3$，$a_n=48$

由等差数列的通项公式得

$-9+(n-1)\times 3=48$

解得：$n=20$

所以　$S_{20}=\dfrac{20(-9+48)}{2}=390$

即等差数列−9，−6，−3，…，48 各项的和为 390.

说明：①无论用哪一个等差数列求和公式，都必须知道项数 n；

②当两个公式都能用时，用公式 $S_n=\dfrac{n(a_1+a_n)}{2}$ 较简单.

2．解：由题意可知：$a_1=-6$，$d=-2-(-6)=4$，$S_n=64$

由等差数列的前 n 项和公式可得

$-6n+\dfrac{n(n-1)}{2}\times 4=64$

整理得：$n^2-4n-32=0$

解得：　$n=-4$(舍去)或 $n=8$

即该等差数列的前 8 项的和是 64.

6.2.4　等差数列应用举例

一、填空题

1．510　　2．20　　3．60

二、选择题

1．C　　2．D　　3．B

三、解答题

1．解：设这三个数分别为 $a-d$，a，$a+d$，则

$$\begin{cases}(a-d)+a+(a+d)=15\\(a-d)^2+a^2+(a+d)^2=83\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}3a=15\\3a^2+2d^2=83\end{cases}$$

解得 $a=5$，$d=\pm 2$

所以所求三个数为 3，5，7 或 7，5，3.

2．分析：由题意可知每年的造林面积构成一个等差数列，这个等差数列中已知 $a_1=4$，$d=2$，$S_n=54$，求项数 n.

解：由题知：林场每年造林数成等差数列 $\{a_n\}$，其中 $a_1=4$，$d=2$，$S_n=54$

由等差数列的前 n 项和公式 $S_n=na_1+\dfrac{n(n-1)}{2}d$ 可得 $4n+\dfrac{n(n-1)}{2}\times 2=54$

整理得：　$n^2+3n-54=0$

解得：　$n=-9$(舍去)或 $n=6$

所以至少要 6 年，造林面积才能达到 54km^2.

6.3　等比数列

6.3.1　等比数列的定义

一、填空题

1．3；3　　2．32　　3．3　　4．243

二、选择题

1．D　　2．C　　3．B

三、解答题

1．解：$a_2 = a_1q = 100\times\frac{1}{2} = 50$；　$a_3 = 25$；　$a_4 = 12.5$．

2．解：$a_5 = -\frac{1}{9}$；　$a_6 = \frac{1}{27}$；　$a_7 = -\frac{1}{81}$．

6.3.2　等比数列的通项公式

一、填空题

1．4　　2．9　　3．± 9　　4．$a_7 = 256$

二、选择题

1．B　　2．C　　3．A

三、解答题

1．解：设这个等比数列的第 n 项是 96．

则根据通项公式得　$6\cdot 2^{n-1} = 96$

整理得　$2^{n-1} = 16$

即　$n-1 = 4$

解得　$n = 5$

所以，这个等比数列的第 5 项是 96．

说明：在 a_1，q，n，a_n 这四个变量中，如果已知其中的三个变量，那么通过公式 $a_n = a_1q^{n-1}$ 便可求出第四个变量．

2．解：设这个等比数列的首项是 a_1，公比是 q．

则 $\begin{cases} a_1q = 3 \\ a_1q^3 = 27 \end{cases}$

解得：$\begin{cases} a_1 = 1 \\ q = 3 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} a_1 = -1 \\ q = -3 \end{cases}$

所以　$a_n = 3^{n-1}$ 或 $a_n = (-1)^n 3^{n-1}$

说明：①求得等比数列的首项和公比，便可求出等比数列的通项公式；②已知等比数列的任意两项，所求出的等比数列的通项公式可能不唯一．

3．1，4，16 或 16，4，1

6.3.3　等比数列的前 n 项和公式

一、填空题

1．15　　2．122　　3．126　　4．6

二、选择题

1．D　　2．C　　3．A　　4．C

三、解答题

1．解：由题可知：　$a_1 = 1$，$q = \frac{-2}{1} = -2$，$S_n = -21$

由等比数列的前 n 项和公式 $s_n = \frac{a_1(1-q^n)}{1-q}$ 可得：$\frac{1-(-2)^n}{1-(-2)} = -21$

整理得：　$(-2)^n = 64$

解得：　$n = 6$

即该等比数列前 6 项的和为 -21.

说明：①在等比数列的两个求和公式中，都有变量a_1、q、S_n，当题目涉及n时，考虑选用公式$S_n = \dfrac{a_1(1-q^n)}{1-q}$解题；当题目涉及$a_n$时，考虑选用公式$S_n = \dfrac{a_1 - a_n q}{1-q}$解题．②在$a_1$、$n$、$q$、$a_n$、$S_n$这五个量中，已知其中三个，便可利用等比数列的通项公式和求和公式求出其余两个.

2．解：当$q \neq 1$时，依题意得$\begin{cases} \dfrac{a_1(1-q^3)}{1-q} = \dfrac{9}{2} \\ a_1 q^2 = \dfrac{3}{2} \end{cases}$

解得：$a_1 = 6$，$q = -\dfrac{1}{2}$

所以$S_{10} = \dfrac{6[1-(-\frac{1}{2})^{10}]}{1-(-\frac{1}{2})} = \dfrac{1023}{256}$.

当$q = 1$时，$a_1 = a_3 = \dfrac{3}{2}$，$S_{10} = 10 \times \dfrac{3}{2} = 15$.

说明：在利用求和公式时，应注意公比q是否等于 1，如果不确定，应分$q = 1$或$q \neq 1$两种情况讨论.

6.3.4　等比数列应用举例

一、填空题

1．$a(1+i\%)^5$　　2．331　　3．$a(1+b)^3$

二、选择题

1．B　　2．A　　3．A

三、解答题

1．分析　本题是一个等比数列的求和问题．从 2010 年到 2015 年这 6 年每年某种电子产品的产量分别是 200、$200(1+20\%)$、$200(1+20\%)^2$、…、$200(1+20\%)^5$.

解：由题知：$a_1 = 200$，$q = 1 + 20\% = 1.2$，$n = 6$

所以　$S_6 = \dfrac{200(1-1.2^6)}{1-1.2} \approx 1985$

即该企业从 2010 年到 2015 年大约共生产这种电子产品共 1985 台.

说明：在计算等比数列的前n项和时应注意项数n一定要准确.

2．解：设这个数为x，由于$\{a_n\}$是等差数列，故

$d = a_2 - a_1 \Rightarrow a_4 = 12$，$a_5 = 14$

由题意知

$(a_1 + x)(a_5 + x) = (a_4 + x)^2 \Rightarrow x = -15$

故所加这个数为-15.

数列自我测验题参考答案

A 组

一、填空题

1．92　　2．8184　　3．30　　4．40　　5．±3　　6．24

二、选择题

1．A　　2．B　　3．D　　4．B　　5．C

三、解答题

1．解：由 $a_1=1$，$a_{10}=64$,

得，　$1+9d=64$,

解得，　$d=7$，S_{10}=325

2．提示：由等比数列的求和公式，可知 $S_6=\dfrac{a_1(1-q^6)}{1-q}$，

将已知 $q=-2$，$S_6=189$ 代入上式，解得 $a_1=-9$，

将已知 $q=-2$，$a_1=-9$ 代入等比数列的通项公式，解得 $a_6=288$.

B 组

解答题

1．是，因为 $a_{n+1}-a_n=8(n+1)-3-(8n-3)=8$，为一常数；

根据等差数列的定义可知，$\{a_n\}$ 是等差数列

2．提示：从山脚起，每升高 50m 的温度构成首项 $a_1=32.6$，公差 $q=-0.3$ 的等差数列.

由等差数列的通项公式可得 $n=91$，

山顶相对山脚的高度为 50×90=4500m.

第 7 章　平面向量参考答案

7.1　平面向量的概念及线性运算

7.1.1　平面向量

一、填空题

1．0　　2．1　　3．$\overrightarrow{DC}$　　4．相同或相反

二、选择题

1．D　　2．B　　3．A　　4．B

三、解答题

1．解：（1）与 $\overrightarrow{DF}$ 相等的向量有 $\overrightarrow{BE}$，$\overrightarrow{EC}$．

（2）与 $\overrightarrow{BE}$ 共线的向量有 $\overrightarrow{EC}$，$\overrightarrow{DF}$，$\overrightarrow{EB}$，$\overrightarrow{CE}$，$\overrightarrow{FD}$，$\overrightarrow{BC}$，$\overrightarrow{CB}$．

（3）$\overrightarrow{AF}$ 的负向量有 $\overrightarrow{FA}$，$\overrightarrow{CF}$，$\overrightarrow{ED}$．

2．解：因为 $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{BC}$，所以 $AD\parallel BC$，且 $AD=BC$，因此四边形 $ABCD$ 为平行四边形.

故（1）与 $\overrightarrow{OC}$ 相等的向量是 $\overrightarrow{AO}$．

（2）与 $\overrightarrow{OC}$ 共线的向量有 $\overrightarrow{AO}$，$\overrightarrow{CO}$，$\overrightarrow{OA}$，$\overrightarrow{AC}$，$\overrightarrow{CA}$．

3．略.

7.1.2　平面向量的加法

一、填空题

1．$\overrightarrow{AC}$　　2．$\mathbf{0}$　　3．$\overrightarrow{AE}$　　4．向西南走 $4\sqrt{2}$ km

二、选择题

1．B　　2．A　　3．A

三、解答题

1．解：（1）$\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DC}=\overrightarrow{AC}$．

（2）$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CA}=\mathbf{0}$.

2．略.

7.1.3　平面向量的减法

一、填空题

1．$\overrightarrow{DB}$　　2．$\overrightarrow{BA}$　　3．$\overrightarrow{AD}$　　4．$\mathbf{0}$

二、选择题

1．B　　2．D　　3．A

三、解答题

1．解：（1）

$$\begin{aligned}&\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{CO}+\overrightarrow{BO}-\overrightarrow{OC}\\=&\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{BO}+\overrightarrow{CO}\\=&\overrightarrow{BO}+\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{CO}+\overrightarrow{OA}=\overrightarrow{BA}.\end{aligned}$$

（2）

$$\begin{aligned}&\overrightarrow{NQ}+\overrightarrow{QP}+\overrightarrow{MN}-\overrightarrow{MP}\\=&\overrightarrow{NQ}+\overrightarrow{QP}+\overrightarrow{MN}+\overrightarrow{PM}\\=&\overrightarrow{QP}+\overrightarrow{PM}+\overrightarrow{MN}+\overrightarrow{NQ}=\mathbf{0}.\end{aligned}$$

2．解：$\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}=\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$.

$\overrightarrow{DB}=\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AD}=\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$.

3．略.

7.1.4　平面向量的数乘运算

一、填空题

1．$\boldsymbol{0}$　　2．$\boldsymbol{0}$　　3．$-\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}-\boldsymbol{c}$　　4．$-\frac{2}{7}$　　5．$\boldsymbol{x}=-\frac{5}{8}\boldsymbol{a}+\frac{3}{8}\boldsymbol{b}$

二、选择题

1．A　　2．C　　3．C　　4．A

三、解答题

1．解：$5(3\boldsymbol{a}-2\boldsymbol{b})+4(2\boldsymbol{b}-3\boldsymbol{a})=15\boldsymbol{a}-10\boldsymbol{b}+8\boldsymbol{b}-12\boldsymbol{a}=3\boldsymbol{a}-2\boldsymbol{b}$.

2．解：① 因为$\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$，所以$AB\,/\!/\,DC$，且$AB=DC$，因此四边形$ABCD$为平行四边形.

② 因为$\overrightarrow{AB}=2\overrightarrow{DC}$，所以$AB\,/\!/\,DC$，且$AB\neq DC$，因此四边形$ABCD$为梯形.

3．证明：因为M、N分别是△ABC的边AB、AC上的点，并且$AM=\frac{2}{3}AB$，$AN=\frac{2}{3}AC$，所以$\overrightarrow{AM}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$，$\overrightarrow{AN}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$，

又$\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{AN}-\overrightarrow{AM}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AC}-\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}=\frac{2}{3}(\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB})=\frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$，

因此$MN\,/\!/\,BC$，且$MN=\frac{2}{3}BC$.

7.2　平面向量的坐标表示

7.2.1　平面向量的坐标

一、填空题

1．(2，3)　　2．(2，−1)　　3．(−2，3)　　4．(0，0)

二、选择题

1．B　　2．A　　3．A

三、解答题

1．解：$\overrightarrow{AB}=(3，-1)-(1，2)=(3-1，-1-2)=(2，-3)$.

$\overrightarrow{BA}=(1，2)-(3，-1)=(1-3，2+1)=(-2，3)$.

2．解：由题中条件知：$\overrightarrow{BC}=(5，1)$，又在▱$ABCD$中，$\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{BC}$，

所以$\overrightarrow{AD}=(5，1)$，因为$A(0，2)$，

因此点D的坐标为(0，2)+(5，1)=(5，3).

7.2.2　向量线性运算的坐标表示

一、填空题

1．(0，2)　　2．(−2，−3)　　3．(2，−4)　　4．$\frac{3}{2}$

二、选择题

1．A　　2．A　　3．C

三、解答题

1．解：$\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=(-2，4)+(1，3)=(-1，7)$，

$\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}=(-2，4)-(1，3)=(-3，1)$，

$2\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=2(-2，4)+(1，3)=(-3，11)$.

2．解：将已知的两个式子相加得：$2\boldsymbol{a}=(6，-4)$，所以 $\boldsymbol{a}=(3，-2)$，

$\boldsymbol{b}=(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})-\boldsymbol{a}=(2，-3)-(3，-2)=(-1，-1)$.

7.2.3　共线向量的坐标表示

一、填空题

1．-4　　2．$mn=-5$　　3．-1　　4．-3

二、选择题

1．A　　2．C　　3．D

三、解答题

1．解：由已知得：$\overrightarrow{AB}=(-3，3)$，因为 $\boldsymbol{a}\,/\!/\,\overrightarrow{AB}$，$\boldsymbol{a}=(2k，6)$

所以 $3\times 2k-(-3)\times 6=0$，解得：$k=-3$.

2．解：由已知得：$k\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=(-k+2，2k+5)$，$\boldsymbol{a}-2\boldsymbol{b}=(-5，-8)$，

当 $k\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$ 与 $\boldsymbol{a}-2\boldsymbol{b}$ 平行时，有$-5(2k+5)-(-8)(-k+2)=0$，解得：$k=-\dfrac{1}{2}$.

所以当 $k=-\dfrac{1}{2}$ 时，$k\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$ 与 $\boldsymbol{a}-2\boldsymbol{b}$ 平行.

7.3　平面向量的内积

7.3.1　平面向量的内积

一、填空题

1．0；0　　2．-2　　3．$-\dfrac{3}{8}$　　4．2　　5．3

二、选择题

1．A　　2．A　　3．D

三、解答题

1．解：由已知得：$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=3\times 2\times\cos 60^\circ=3$，

所以$(\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b})\cdot(\boldsymbol{a}-3\boldsymbol{b})=|\boldsymbol{a}|^2-\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}-6|\boldsymbol{b}|^2=3^2-3-6\times 2^2=-18$.

2．解：因为$|\boldsymbol{a}|=2$，$|\boldsymbol{b}|=3$，$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=3$，

所以$|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|^2=|\boldsymbol{a}|^2+2\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}+|\boldsymbol{b}|^2=19$，　因此 $|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|=\sqrt{19}$.

7.3.2　内积的坐标表示

一、填空题

1．1　　2．$(2，-1)$；$\sqrt{5}$　　3．$2\sqrt{2}$　　4．-30

二、选择题

1．C　　2．D　　3．A

三、解答题

1．解：由已知得：$\boldsymbol{a}-2\boldsymbol{b}=(3，4)$，所以 $\boldsymbol{a}-2\boldsymbol{b}$ 的模为$|\boldsymbol{a}-2\boldsymbol{b}|=\sqrt{3^2+4^2}=5$.

2．解：设 $\boldsymbol{b}$ 的坐标为 (x,y)，依题意得：$\begin{cases} x-y=0 \\ \sqrt{x^2+y^2}=\sqrt{2} \end{cases}$

解得：$\begin{cases} x=1 \\ y=1 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x=-1 \\ y=-1 \end{cases}$，所以 $\boldsymbol{b}$ 的坐标为(1，1)或(−1，−1).

平面向量自我测验题参考答案

A 组

一、填空题

1．$\overrightarrow{DC}$　2．$\boldsymbol{a}-4\boldsymbol{b}$　3．5　4．±2　5．$2\boldsymbol{a}+3\boldsymbol{b}$　6．2

二、选择题

1．B　2．A　3．B　4．A　5．B

三、解答题

1．解：（1）$4\boldsymbol{a}-2\boldsymbol{b}$ =(4，8)−(4，−4)=(0，12)．

（2）因为 $\boldsymbol{c}=2\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$ =(2，4)+(2，−2)= (4，2)，

所以 $\boldsymbol{b}\cdot\boldsymbol{c}$ =2×4+(−2×2)=4，

因此$(\boldsymbol{b}\cdot\boldsymbol{c})\boldsymbol{a}$ = 4(1，2)= (4，8)．

2．解：（1）$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=1\times2\cos120^\circ=-1$.

（2）$(2\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})\cdot\boldsymbol{b}=2\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}+|\boldsymbol{b}|^2=2\times(-1)+4=2$．

3．解：由已知得：$\overrightarrow{AB}$ =(2，4)−(0，1)= (2，3)，因为 $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CD}$，所以 $\overrightarrow{CD}$ =(2，3)，

又 $C(-3，-1)$，因此点 D 的坐标为(−3，−1)+ (2，3)=(−1，2).

4．解：（1）要使 $\boldsymbol{a}/\!/\boldsymbol{b}$，则有 $6k-2\times(-3)=0$，解得：$k=-1$.

所以当 $k=-1$ 时，$\boldsymbol{a}/\!/\boldsymbol{b}$.

（2）要使 $\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{b}$，则有 $6\times(-3)+2k=0$，解得：$k=9$.

所以当 $k=9$ 时，$\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{b}$．

B 组

1．解：因为$|2\boldsymbol{a}-3\boldsymbol{b}|=3$，所以 $4|\boldsymbol{a}|^2-12\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}+9|\boldsymbol{b}|^2=9$，即 $4\times1^2-12\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}+9\times1^2=9$，

所以 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=\dfrac{1}{3}$，因此$|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|^2=|\boldsymbol{a}|^2+2\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}+|\boldsymbol{b}|^2=1^2+2\times\dfrac{1}{3}+1^2=\dfrac{8}{3}$，

故$|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|=\dfrac{2\sqrt{6}}{3}$．

2．解：由已知得：$\boldsymbol{a}-3\boldsymbol{b}$ =(5，m)−3(3，−1)=(−4，m+3)，

$\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$=(5，$m$)+(3，−1)= (8，$m$−1)，

因为 $\boldsymbol{a}-3\boldsymbol{b}$ 与 $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$ 相互垂直，

所以−4×8+(m+3)(m−1)=0，整理得：$m^2+2m-35=0$，

解得：$m=-7$ 或 $m=5$．

3．证明：在菱形 $ABCD$ 中，$\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}$，$\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{AB}$，且$|\overrightarrow{AB}|=|\overrightarrow{AD}|$，

所以 $\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{BD}=(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD})\cdot(\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{AB})=|\overrightarrow{AD}|^2-|\overrightarrow{AB}|^2=0$，

因此 $\overrightarrow{AC}\perp\overrightarrow{BD}$，故 $AC\perp BD$．

第 8 章　直线和圆的方程参考答案

8.1　两点间的距离与线段中点的坐标

8.1.1　两点间的距离

一、填空题

1．4　　2．0 或 8

二、选择题

1．A　　2．C

三、解答题

1．（1）8　　（2）3

2．提示：点 P 是线段 AB 的垂直平分线上一点，则$|PA|=|PB|$，代入两点间距离公式，得 $a=-\dfrac{9}{2}$.

8.1.2　线段中点的坐标

一、填空题

1．$(5，3)$，$2\sqrt{5}$　　2．$(-9，-8)$

二、选择题

1．A　　2．C

三、解答题

1．（1）$(2，0)$；　（2）$\left(0，-\dfrac{5}{2}\right)$；　（3）$(3，-1)$；　（4）$\left(\dfrac{7}{2}，0\right)$.

2．提示：首先由中点坐标公式分别求出 E、F 的坐标为：$\left(2，-\dfrac{5}{2}\right)$、$\left(-\dfrac{3}{2}，2\right)$；再由两点间的距离公式求出$|EF|=\dfrac{\sqrt{130}}{2}$.

3．提示：设 AB、BC、AC 边的中点分别为 E、F、G；分别代入中点坐标公式得

$$E\left(0，\frac{5}{2}\right)、F(-1，-1)、G\left(2，-\frac{5}{2}\right).$$

AB 边上的中线$|AF|=\sqrt{(-1-3)^2+(-1-1)^2}=2\sqrt{5}$.

8.2　直线的方程

8.2.1　直线的倾斜角与斜率

一、填空题

1．$\sqrt{3}$　　2．$\dfrac{3\pi}{4}$　　3．$0°\leqslant\alpha<180°$　　4．$-\sqrt{3}$

二、选择题

1．C　　2．A

三、解答题

1．（1）$k=-\sqrt{3}$，α=120°；（2）$k=1$，α=45°.

2．证明：$\because k_{AB}=\dfrac{-7-(-1)}{-2-1}=2$；$k_{BC}=\dfrac{-3-(-7)}{0-(-2)}=2$；即 $k_{AB}=k_{BC}$

又因点 B 既在直线 AB 上又在直线 BC 上，所以 A、B、C 三点共线.

3．解：$\because P_1$、P_2、P_3 三点共线，$\therefore k_{P_1P_2}=k_{P_2P_3}$

即 $\dfrac{3-2}{x-1}=\dfrac{-1-3}{-3-x}$，　解得 $x=\dfrac{7}{3}$.

8.2.2　直线的点斜式方程与斜截式方程

一、填空题

1．$y=x-4$　　2．$x=2$　　3．$y=-x+3$

二、选择题

1．C　　2．B

三、解答题

1．（1）$k=1$，α=45°，直线经过点(1，−4)；

（2）$k=-1$，α=135°，直线经过点(−2，3)；

（3）$k=\sqrt{3}$，α=60°，直线经过点(5，−2).

2．$y=\dfrac{1}{2}x+3$，$k=\dfrac{1}{2}$，$b=3$，图略.

3．解：由直线的倾斜角为 45°，可知斜率 $k=1$.

$\therefore \dfrac{2m^2-5m+2}{m^2-4}=1$　解得 $m=2$或3，经检验 $m=2$ 不符合题意，舍去，

$\therefore m=3$

8.2.3　直线的一般式方程

一、填空题

1．45°；1　　2．$4x-y-5=0$　　3．$\dfrac{b}{a}x+y-b=0$

二、选择题

1．D　　2．A　　3．D

三、解答题

1．（1）解：由 $k=\tan\dfrac{2\pi}{3}=-\sqrt{3}$，代入点斜式方程得：

$y-3=-\sqrt{3}[x-(-2)]$，将此方程化为一般式方程得：

$$\sqrt{3}x+y+(2\sqrt{3}-3)=0.$$

（2）解：由 $k=\dfrac{0-3}{4-(-1)}=-\dfrac{3}{5}$，代入点斜式方程得：

$y-3=-\dfrac{3}{5}[x-(-1)]$，将此方程化为一般式方程得：

$$3x+5y-12=0;$$

（3）解：$\because$ 已知直线 $x-\sqrt{3}y+3=0$ 的斜率 $k=\frac{1}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{3}$，即

$\tan\alpha=\frac{\sqrt{3}}{3}$ $\therefore\alpha=30^\circ$，因此

所求直线的倾斜角为 60°，则斜率为 $k'=\tan 60^\circ=\sqrt{3}$，所以所求直线方程为 $y-2=\sqrt{3}(x-1)$，化为一般式方程为：

$$\sqrt{3}x-y+(2-\sqrt{3})=0\,.$$

2．提示：令 $x=0$ 可得直线 l 与 y 轴的交点坐标为(0，1)，即直线在 y 轴上的截距为 b=1，令 y = 0 可得直线 l 与 x 轴的交点坐标为(−1，0)，即直线在 x 轴上的截距为 $a=-1$，所以，直线与两坐标轴围成的三角形面积为：

$$S=\frac{1}{2}|a||b|=\frac{1}{2}\times1\times1=\frac{1}{2}\,.$$

8.3　两条直线的位置关系

8.3.1　两条直线平行

一、填空题

1．$4x-3y-11=0$　　　　2．重合

二、选择题

1．A　　　　2．D

三、解答题

1．（1）平行．因为 $k_1=k_2=3$，而 $b_1=2$，$b_2=5$，$b_1\neq b_2$；

（2）重合．因为 $k_1=k_2=3$ 且 $b_1=b_2=1$；

（3）平行．因为 $k_1=k_2=-3$，而 $b_1=-\frac{5}{2}$，$b_2=-1$，$b_1\neq b_2$；

（4）平行．因为两直线都垂直于 x 轴且不重合．

2．提示：$k_1=-a$，$k_2=\frac{2}{a+3}$，由 $k_1=k_2$ 得 $-a=\frac{2}{a+3}$　解得 $a=-1$ 或 -2．

8.3.2　两条直线相交

一、填空题

1．$3x+4y-2=0$　　　　2．相交

二、选择题

1．A　　　　2．A

三、解答题

1．（1）提示：所求直线斜率为 $k=2$，代入点斜式方程得 $y-0=2(x+1)$ 即

$$2x-y+2=0\,;$$

（2）提示：联立方程组解得交点坐标为 $\left(-\frac{3}{5},\ \frac{1}{5}\right)$，

由所求直线与已知直线垂直，可得所求直线斜率为：$k=\frac{3}{2}$，代入点斜式方程得

$$y-\frac{1}{5}=\frac{3}{2}\left(x+\frac{3}{5}\right)\quad 即$$

$$15x-10y+11=0.$$

2．提示：$k_{AB}=\frac{1}{2}$，$k_{AC}=-2$　即 $k_{AB}\cdot k_{AC}=-1$.

3．提示：联立前两个方程组得交点坐标为：(−1，−2)

将点(−1，−2)代入方程 $x-ky=0$ 解得 $k=\frac{1}{2}$.

8.3.3　点到直线的距离

一、填空题

1．5　　2．$\frac{5}{3}$　　3．4，5

二、选择题

1．B　　2．B

三、解答题

1．提示：先将直线方程化为一般式，再代入点到直线的距离公式求得，$d=2\sqrt{5}$.

2．$a=\frac{49}{4}$ 或 $-\frac{7}{4}$

3．提示：设 x 轴上点的坐标为(a，0)，代入点到直线的距离公式求得 $a=10$ 或 $-\frac{20}{3}$，

因此所求点的坐标为：(10，0)或 $\left(-\frac{20}{3}，0\right)$

4．提示：设所求直线的方程为：$y-2=k(x+1)$　即 $kx-y+k+2=0$，

由题意，原点到直线的距离为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$，即 $\frac{|k+2|}{\sqrt{k^2+(-1)^2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$　解得 $k=-7$ 或 -1

因此所求直线方程为：$y=-7x-5$ 或 $y=-x+1$.

即：$7x+y+5=0$ 或 $x+y-1=0$.

8.4　圆

8.4.1　圆的标准方程

一、填空题

1．(−1，2)，3　　2．(2，0)　　3．$x^2+y^2=9$

二、选择题

1．C　　2．B

三、解答题

1．圆的方程为：$(x-2)^2+(y+3)^2=25$；点 M 在圆上，点 N 在圆外，点 P 在圆内.

2．提示：联立方程组求得圆心坐标为：$\left(-\frac{1}{3}，\frac{5}{3}\right)$，因此所求圆的方程为：

$$\left(x+\frac{1}{3}\right)^2+\left(y-\frac{5}{3}\right)^2=9$$

3．提示：圆的半径$r=|AC|=5$，因此所求圆的方程为：

$$(x-2)^2+(y+3)^2=25$$

8.4.2　圆的一般方程

一、填空题

1．$k<6$　　2．-2，4　　3．$(-2，3)$，　4

二、选择题

1．D　　2．D　　3．C

三、解答题

1．（1）表示圆心为$(1，-2)$，半径为 3 的圆；

（2）表示圆心为$(3，-1)$，半径为$\sqrt{10}$的圆；

（3）不表示圆；

（4）不表示圆．

2．（1）圆心为$(2，-4)$，半径为$2\sqrt{5}$；　（2）圆心为$\left(\frac{1}{2}，-5\right)$，半径为$\frac{\sqrt{101}}{2}$．

8.4.3　确定圆的条件

一、填空题

1．$(x-1)^2+y^2=8$　　2．$(x-8)^2+(y+3)^2=25$

二、选择题

1．B　　2．C

三、解答题

1．提示：设圆心的坐标为(0，b)，由圆心到已知两点的距离相等，即

$\sqrt{(0-0)^2+(b-5)^2}=\sqrt{(0-2)^2+(b-3)^2}$　解得$b=3$，所以

$r=\sqrt{(0-0)^2+(3-5)^2}=2$，故所求圆的方程为

$$x^2+(y\text{-}3)^2=4$$

2．提示：设圆心的坐标为(a，0)，解法与上题类似，所求圆的方程为

$$(x\text{-}12)^2+y^2=145$$

3．提示：联立方程组求得交点坐标为：(1，1)，则圆的半径为

$r=\sqrt{(1-1)^2+(1+2)^2}=3$，故所求圆的方程为

$$(x\text{-}1)^2+(y+2)^2=9$$

8.4.4　直线与圆的位置关系

一、填空题

1．（1）相交，2；（2）相切，1；　（3）相离，0；　　2．$\pm3\sqrt{5}$

二、选择题

1．B　　2．A

三、解答题

1．提示：圆心到直线的距离即为圆的半径，$r=\frac{|-7|}{\sqrt{4^2+3^2}}=\frac{7}{5}$，故所求圆的方程为

$$x^2+y^2=\frac{49}{25}$$

2．提示：联立方程组

$$\begin{cases} 3x+y-6=0 \\ x^2+y^2-2y-4=0 \end{cases} \quad 解得 \begin{cases} x_1=1 \\ y_1=3 \end{cases} \quad 或 \begin{cases} x_2=2 \\ y_2=0 \end{cases}$$

所以，直线与圆相交，交点坐标分别为(1，3)，(2，0)

3．提示：联立方程组

$$\begin{cases} y=kx-2 \\ x^2+y^2=1 \end{cases} \quad 整理得 (k^2+1)x^2-4kx+3=0，\ \Delta=4k^2-12$$

所以，当 $\Delta>0$，即 $k<-\sqrt{3}$或$k>\sqrt{3}$ 时，直线与圆相交；

当$\Delta=0$，即 $k=\pm\sqrt{3}$ 时，直线与圆相切；

当$\Delta<0$，即 $-\sqrt{3}<k<\sqrt{3}$ 时，直线与圆相离．

8.4.5　直线方程与圆的方程应用举例

一、填空题

1． $y=0.0002x+14.199$；　　14.215 米　　　2． $3x-4y-3=0$

二、解答题

1．提示：为解决这个问题，我们以台风中心为原点O，东西方向为 x 轴，建立直角坐标系．

受台风影响的圆区域所对应的圆心为O的圆的方程为：

$$x^2+y^2=9.$$

轮船航线所在直线l的方程为：

$$4x+7y-28=0$$

此问题归结为圆心为O的圆与直线l有无交点．

结论：如果这艘轮船不改变航线，它不会受到台风影响．

2．提示：首先设圆拱桥的半径为 r，则由题意可知：

$$r^2=\left(\frac{16}{2}\right)^2+(r-4)^2 \quad 解得 r=10$$

再根据题意求水面以上 3 米处的弦长，为 $2\sqrt{19}$ 米，大于 8 米；所以，此船能通过该桥．

3．提示：以 AB 所在的直线为 x 轴，过点 C 垂直于 AB 的直线为 y 轴，建立直角坐标系．

根据题意，求出 OC 的长度大于 0.7 千米，所以直线 AB 与以 C 为圆心，以 0.7 千米为半径的圆相离，即这条公路不会穿过这个公园．

直线和圆的方程自我测验题参考答案

A 组

一、填空题

（1）$135°$　　（2）$y=-\sqrt{3}x+2$　　（3）$(x-5)^2+(y+4)^2=9$　　（4）2

（5）$(x-1)^2+(y-2)^2=4$

二、选择题

1．A　　2．A　　3．A　　4．C　　5．A

三、解答题

1．解：由题意，直线过点(3，0)，代入点斜式方程得所求直线方程为：

$$y=2(x-3) \quad \text{即}\ 2x-y-6=0.$$

2．解：由题意，所求直线斜率 $k=-\dfrac{1}{k_{PQ}}=3$，

P、Q 的中点坐标为 $\left(\dfrac{-1+5}{2}，\dfrac{3+1}{2}\right)=（2，2）$，代入点斜式方程得所求直线方程为：

$$y-2=3(x-2) \quad \text{即}\ 3x-y-4=0.$$

3．解：由题意，设所求直线方程为：$x+y+c=0$，

因为直线与圆相切，所以圆心到直线的距离应为圆的半径，即

$d=\dfrac{|c|}{\sqrt{1^2+1^2}}=\sqrt{8}$　　解得 $c=\pm4$，

故所求直线的方程为：$x+y+4=0$ 或 $x+y-4=0$．

B 组

1．解：当截距不为零时，由题意可知所求直线的倾斜角为 135°，即 $k=-1$，因此所求直线方程为：$y-2=-(x-5)$　即 $x+y-7=0$；当截距为零时，由题意可知所求直线过点(0，0)和(5，2)，因此所求直线方程为：$2x-5y=0$．综上可得所求直线方程为：$x+y-7=0$ 或 $2x-5y=0$．

2．解：（1）由 A，B 两点的坐标，得 $k_{AB}=2$，代入点斜式方程得：

$y-5=2(x-2)$　即 $2x-y+1=0$．

（2）求 AB 边上高即求 C 点到 AB 的距离，即

$h=\dfrac{|2\times3-1+1|}{\sqrt{2^2+(-1)^2}}=\dfrac{6\sqrt{5}}{5}$．

（3）$|AB|=\sqrt{(2+1)^2+(5+1)^2}=3\sqrt{5}$，　　所以

$S_{\Delta ABC}=\dfrac{1}{2}|AB|\cdot h=\dfrac{1}{2}\times3\sqrt{5}\times\dfrac{6\sqrt{5}}{5}=9$．

3．解：（1）设圆的方程为：$x^2+y^2=r^2$，由题意可知

$r=\dfrac{|0+0-2|}{\sqrt{1^2+1^2}}=\sqrt{2}$　所以圆的方程为：

$$x^2+y^2=2$$

（2）联立方程组：

$$\begin{cases}x+y-2=0\\x^2+y^2=2\end{cases} \qquad \text{得切点坐标为}\ P(1，1)$$

故所求切线长为 $|PA|=\sqrt{(1-2)^2+(1-0)^2}=\sqrt{2}$．

第 9 章　立体几何参考答案

9.1　平面的基本性质

9.1.1　平面

一、填空题

1．平面、立体　2．矩形　3．锐、横

二、选择题

1．C　2．D

三、作图

略.

9.1.2　平面的基本性质

一、填空题

1．不在一条直线上　2．过该公共点　3．相交；平行　4．直线外　5．$\subset$

二、选择题

1．C　2．B　3．D　4．B

三、解答题

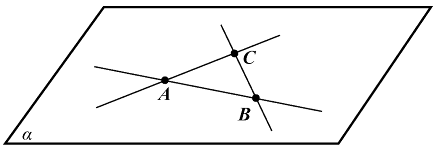
1．（1）$A \notin b$ ；　（2）　直线 $c \not\subset$ 平面 α

2．（1）直线 AC 在平面 $ABCD$ 内．因为直线上有两点 A、C 在平面 $ABCD$ 内．

（2）四点 A、A_1、C、C_1 在同一平面内．因为直线 AA_1 和 CC_1 平行．

（3）一个．过直线和直线外一点有且只有一个平面．

3．证明：设直线 AB、BC、CA 两两相交，交点分别是 A、B、C，所以 A、B、C 一定不共线，因此，A、B、C 确定一个平面 α，又 $A\in\alpha$，$B\in\alpha$，$C\in\alpha$，所以 $AB\subset\alpha$，$BC\subset\alpha$，$CA\subset\alpha$，即这三线共面．



9.2　直线与直线、直线与平面、平面与平面平行的判定与性质

9.2.1　直线与直线平行

一、填空题

1．一　2．（1）平行　（2）异面　（3）平行　3．//　4．3

二、选择题

1．C　2．C　3．A　4．B

三、解答题

1．证明：取 BB_1 的中点 M，连结 PM、MC

$\because B_1Q \underline{\underline{//}} MC$，$PD \underline{\underline{//}} MC$

$\therefore B_1Q \underline{\underline{//}} PD$

故四边形 $PDQB_1$ 是平行四边形.

2．证明：$\because AE=A'E'$ 且 $AE // A'E'$，

$\therefore$四边形 $AEE'A'$ 是平行四边形，

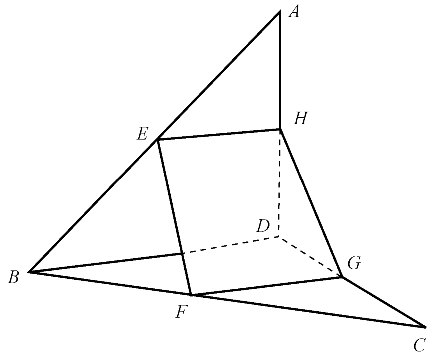
则 $A'A=EE'$ 且 $A'A // EE'$，

同理：$A'A=FF'$ 且 $A'A // FF'$，

所以 $EE'=FF'$ 且 $EE' // FF'$，

故四边形 $EE'F'F$ 是平行四边形，

所以 $EF // F'E'$ 且 $EF=F'E'$.



3．证明：因为 E、H 分别是 AB、AD 的中点，

所以 $EH \parallel BD$ 且 $EH=\frac{1}{2}BD$.

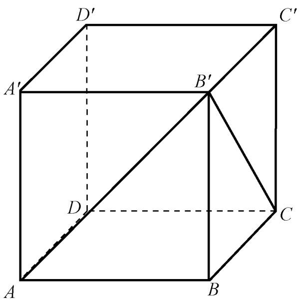
又 $\frac{CF}{CB}=\frac{CG}{CD}=\frac{2}{3}$，

所以 $FG \parallel BD$ 且 $FG=\frac{2}{3}BD$.

则 $EH \parallel FG$ 但 $EH \neq FG$，

所以四边形 $EFGH$ 是梯形.

9.2.2 直线与平面平行



一、填空题

1．直线 $m \cap$ 平面 $\alpha = A$；直线 $m //$ 平面 α；直线 $m \subset$ 平面 α.

2．平行；平行；相交；在平面内

3．平行

4．无数多

二、选择题

1．D　　2．C　　3．C　　4．D　　5．D

三、解答题

1．解：直线 EF 与平面 $A'C'$ 平行.

因为 E、F 分别是 AB、BC 的中点，所以 $EF // AC$，又 $AC // A'C'$，则 $EF // A'C'$ 并且 $A'C' \subset$ 平面 $A'C'$，$EF \not\subset$ 平面 $A'C'$，所以 $EF //$ 平面 $A'C'$.

2．证明：取 PD 的中点 E，连接 EN、AE.

$\because$ N 是 PC 中点，M 是 AB 中点，

$\therefore EN \underline{\underline{//}} \frac{1}{2}DC$，$AM \underline{\underline{//}} \frac{1}{2}DC$，

则 $EN \underline{\underline{//}} AM$，所以四边形 AMNE 是平行四边形，

$\therefore MN // AE$，又 $AE \subset$ 平面 PAD，

故 $MN //$ 平面 PAD .

9.2.3 平面与平面平行

一、填空题

1．//　　　2．3；平面 AC 与平面 $A'C'$；平面 AB' 与平面 DC'；平面 AD' 与平面 BC'.

3．相等　　4．9

二、选择题

1．C　　2．D　　3．B　　4．D

三、解答题

1．证明：∵四边形 $BB'D'D$ 是矩形，

∴ $D'B' \parallel BD$，

同理：$AD' \parallel BC'$，

又直线 BC' 与 BD 相交，直线 $B'D'$ 与 AD' 相交，

所以平面 $AB'D' \parallel$ 平面 $BC'D$.

2．证明：∵ $DE=\frac{1}{3}DA$，$DF=\frac{1}{3}DB$，$DG=\frac{1}{3}DC$，

∴$EF \parallel AB$，$FG \parallel BC$，

则 $EF \parallel$ 平面 ABC，$FG \parallel$ 平面 ABC，

又 $EF \cap FG=F$，

所以平面 $EFG \parallel$ 平面 ABC.

3．证明：∵平面 $ABCD \parallel$ 平面 $A_1B_1C_1D_1$ 且与平面 ACC_1A_1 分别相交于直线 AC 和 A_1C_1，

∴$AC \parallel A_1C_1$，

又 A_1C_1 在平面 A_1C_1E 内，

∴$AC \parallel$ 平面 A_1EC_1.

9.3　直线与直线、直线与平面、平面与平面所成的角

9.3.1　空间两条直线所成的角

一、填空题

1．$[0°，90°]$　　2．异面；45°；平行；0°；相交；60°

二、选择题

1．C　　2．D　　3．B　　4．D

三、解答题

1．因为 B_1C_1 与 A_1D_1 平行，所以 $\angle AC_1B_1$ 即为所求

设正方体的棱长为 a，则 $AC_1=\sqrt{3}a$

所以 $\cos\angle AC_1B_1=\frac{a}{\sqrt{3}a}=\frac{\sqrt{3}}{3}$

2．解：（1）45°（提示：$CC' \parallel DD'$）

（2）60°（提示：$CC' \parallel BB'$）

3．解：（1）由异面直线的判定方法可知，直线 AB 与 CC'，AA' 与 CB' 都是异面直线；

（2）因为 $B'B \parallel AA'$，所以 $\angle CB'B$ 就是异面直线 AA' 与 CB' 所成的角，因此 AA' 与 CB' 所成的角为 45°.

（3）直线 AA'，AD，BB'，BC，$A'D'$，$D'D$，$B'C'$，$C'C$ 都与直线 AB 垂直.

9.3.2　直线与平面所成的角

一、填空题

1．$[0°，90°]$　　2．30°　　3．$\frac{1}{3}$　　4．30°

二、选择题

1．D　　2．C　　3．C　　4．B

三、解答题

1．16cm　（提示：利用直角三角形 30° 所对的直角边为 8cm）

2．解：∵ $AA' \perp$ 平面$ABCD$，

∴ $\angle A'CA$ 即为所求.

在 $Rt\Delta A'AC$ 中，$A'A=\sqrt{2}$，$AC=\sqrt{2}$，

所以 $\angle A'CA$ =45°

即：$A'C$ 与面 $ABCD$ 所成的角为 45°.

3．（1）因为 $DD_1\perp$平面 $ABCD$，所以$\angle D_1BD$ 即为所求.

$$\cos\angle D_1BD=\frac{BD}{BD_1}=\frac{\sqrt{6}}{3},$$

所以 D_1B 与面 AC 所成的角的余弦值为 $\frac{\sqrt{6}}{3}$.

（2）45°；　（3）45°　　提示：$EF\,/\!/\,AD_1$

9.3.3　平面与平面所成的角

一、填空题

1．互补　　2．$\frac{\sqrt{3}}{3}$

二、选择题

1．D　　2．C　　3．C　　4．D　　5．A

三、解答题

1．解：∵ $A'A\perp AB$，$DA\perp AB$，

∴ $\angle A'AD$ 即为所求二面角 $A'-AB-D$ 的一个平面角，

则二面角 $A'-AB-D$ 大小为 90°.

2．解：取 AB 的中点 E，连接 OE、PE，则 $OE\perp AB$，$PE\perp AB$，

所以 $\angle PEO$ 即为所求二面角的一个平面角.

据题设可得：$\angle PEO=60°$，

所以二面角 $P–AB–O$ 的大小为 60°.

3．解：作 $BO\perp$ 平面β，在平面 β 内作 $OC\perp l$ 于 C，连接 BC，

则 $\angle BAC=\frac{\pi}{4}$，$\angle BAO=\frac{\pi}{6}$，$\angle BCO$ 即为二面角 $\alpha-l-\beta$ 的一个平面角，

设 $AB=a$，则 $BC=\frac{\sqrt{2}}{2}a$，$BO=\frac{a}{2}$，

所以在 $Rt\Delta BOC$中 $\angle BCO=45^0$，

即二面角 $\alpha-l-\beta$ 的大小为 45^0.

9.4　直线与直线、直线与平面、平面与平面垂直的判定与性质

9.4.1　空间两条直线垂直的判定与性质

一、填空题

1．8　　2．4　　3．$\sqrt{2a^2+b^2}$　　4．$\frac{\sqrt{6}}{2}$

二、选择题

1．D　　2．D　　3．C　　4．A

三、证明题

1．解：直线 AB 和 B_1C 垂直．因为 $CD \parallel AB$，而 $CD \perp B_1C$，所以 $AB \perp B_1C$.

2．证明：连接 AC、BD 相交于点 O，取 A_1A 的中点 E，连接 OE，

则 $OE \parallel A_1C$，

又在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中 $EB=ED$ 且 O 是 BD 中点，

所以 $OE \perp BD$，则 $A_1C \perp BD$.

3．证明：设正方体的棱长为 a，则 $D'A = D'C = \sqrt{2}a$，又 O是AC的中点

所以 $D'O \perp AC$.

9.4.2　直线与平面垂直的判定与性质

一、填空题

1．$A'A$、$B'B$、$C'C$、$D'D$；平面 AC、平面 $A'C'$.

2．AC、$A'C'$　　3．垂直　　4．平行　　5．$\sqrt{2}a$

二、选择题

1．A　　2．D　　3．A　　4．D

三、解答题

1．解：因为 $Rt\triangle ABC$ 中，$\angle ACB=90°$，AB=5cm，AC=4cm，

所以 BC=3cm，

又因为 $DC \perp$ 平面 ABC，

所以 $DC \perp BC$，$DC \perp AC$，

$DB=3\sqrt{2}$ cm，DA=5cm.

2．证明：∵$ED \perp$ 平面 ABC，

∴$ED \perp BC$.

∵D 是等腰$\triangle ABC$ 的底边 BC 的中点，

∴$AD \perp BC$.

则 $BC \perp$ 平面 ADE，且 $EA \subset$ 平面 ADE，

所以 $EA \perp BC$.

3．证明：因为 $PC \perp \alpha$，$PD \perp \beta$，

所以 $PC \perp AB$，$PD \perp AB$.

则 $AB \perp$ 平面 PCD.

9.4.3　平面与平面垂直的判定与性质

一、填空题

1．$\perp$　　2．90°　　3．4　　4．a　　5．90°

二、选择题

1．C　　2．D　　3．D　　4．D

三、解答题

1．证明：∵$AB = BC$，$AD = CD$，E 为对角线 AC 中点，

∴$BE \perp AC$，$DE \perp AC$，

∴$AC \perp$ 平面 BED，

又 $AC\subset$ 平面 ABC，

所以平面 $ABC\perp$ 平面 BDE.

2．证明：作 $BE\perp AC$，

因为平面 $ABC\perp$ 平面 ACD，

所以 $BE\perp$ 平面 ACD，

则 $BE\perp DC$，

又 $AB\perp$ 平面 BCD，

所以 $AB\perp DC$，

则 $DC\perp$ 平面 ABC，

所以 $DC\perp BC$.

3．解：因为二面角 α—l—β 是直二面角，$AC\perp l$，$BD\perp l$，

所以 $AD=\sqrt{AB^2+BD^2}=5$，

$CD=\sqrt{AC^2+AD^2}=13$.

9.5　柱、锥、球及其简单组合体

9.5.1　棱柱与棱锥

一、填空题

1．$\sqrt{3}$　　2．60cm^2；45 cm^3　　3．$\sqrt{3}$；60°　　4．$\sqrt{10}$；$4\sqrt{10}$

二、选择题

1．D　　2．C　　3．C　　4．C　　5．C

三、解答题

1．7　（提示：$\sqrt{2^2+3^2+6^2}$）

2．解：设正方体的棱长为 a，则对角线长为 $\sqrt{3a^2}=3\sqrt{3}$，

所以棱长 $a=3$.

3．解：设正三棱锥为 S–ABC，高为 SO，由正棱锥的定义，O 是底面的中心．于是

$AO=\frac{2}{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2}a=\frac{\sqrt{3}}{3}a$，已知 $SA=a$，在 $Rt\triangle SOA$ 中，

$SO^2=SA^2-AO^2=a^2-(\frac{\sqrt{3}}{3}a)^2=\frac{2}{3}a^2$，

所以 $SO=\frac{\sqrt{6}}{3}a$.

9.5.2　圆柱、圆锥、球

一、填空题

1．4cm^2　　2．56π　　3．$\frac{(1+\sqrt{2})\pi}{2}$　　4．$\frac{1}{4}$　　5．8

二、选择题

1．C　　2．A　　3．B　　4．A　　5．A

三、解答题

1．解：设圆锥母线长为 l，底面半径为 r，则根据题设可得 $r=\frac{\sqrt{2}}{2}l$，

所以$S_{侧}=\pi rl=\dfrac{\sqrt{2}}{2}\pi l^2$；　$S_{底}=\pi r^2=\dfrac{1}{2}\pi l^2$，

故它的侧面积与底面积之比为$\sqrt{2}$.

2．解：设圆柱的底面半径和高分别为r和h，则$h=2\pi r=4\pi$，

所以$r=2$，则$V_{圆柱}=S_{底}h=\pi\times4\times4\pi=16\pi^2$.

9.5.3　简单组合体

一、填空题

1．$\dfrac{9}{5}$　　2．$\sqrt{3}$　　3．60°　　4．100π

二、选择题

1．C　　2．A　　3．A　　4．D

三、解答题

1．解：圆柱的体积$V_1=\pi\times4\times8=32\pi\ \text{cm}^3$，

挖去圆锥的体积$V_2=\dfrac{1}{3}\pi\times4\times3=4\pi\,\text{cm}^3$，

所以工件的体积为 $32\pi-4\pi=28\pi\text{cm}^3$.

2．解：圆柱形物体的侧面面积 $S_1\approx3.1\times1\times3=9.3(\text{m}^2)$,

半球形物体的表面积为 $S_2\approx2\times3.1\times\left(\dfrac{1}{2}\right)^2\approx1.6(\text{m}^2)$,

所以 $S_1+S_2\approx9.3+1.6=10.9(\text{m}^2)$.

10.9×150≈1 635(朵).

答：装饰这个花柱大约需要 1 635 朵鲜花.

3．解：由题意得 $SO=r$ 为三棱锥的高，$\triangle ABC$ 是等腰直角三角形，所以其面积是$\dfrac{1}{2}\times2r\times r=r^2$，所以三棱锥体积是$\dfrac{1}{3}\times r^2\times r=\dfrac{r^3}{3}$；球的体积为$\dfrac{4\pi r^3}{3}$.

立体几何自我测验题参考答案

A 组

一、填空题

1．(0°，90°)　　2．$2\sqrt{3}$　　3．3　　4．$\sqrt{2}a$　　5．3cm　　6．27∶64

二、选择题

1．B　　2．C　　3．C　　4．B　　5．D　　6．D

三、解答题

1．解：正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$的棱长为 1，则$DO_1=CO_1=\dfrac{\sqrt{6}}{2}$，

又$DC=1$，所以$\cos\angle CDO_1=\dfrac{\dfrac{6}{4}+1-\dfrac{6}{4}}{2\times1\times\dfrac{\sqrt{6}}{2}}=\dfrac{\sqrt{6}}{6}$，

因为$AB/\!/DC$，所以DO_1与AB所成的角的余弦值是$\dfrac{\sqrt{6}}{6}$.

2．60°

提示：由题意可知 $AB=AC$，设为 a，则 $AD=BD=CD=\frac{\sqrt{2}}{2}a$，由两平面互相垂直，得 $\angle BDC$ 是直角．所以 $BC=\sqrt{BD^2+CD^2}=a$，所以 $AB=AC=BC$．于是 $\angle BAC=60°$．

3．解：设球的截面半径为 r，则 $\pi r^2=144\pi$，所，以 $r^2=144$

又球心到截面的距离为 5cm，

所以球的半径 $R=\sqrt{r^2+d^2}=\sqrt{144+25}=13\text{cm}$；

球的表面积 $S=4\pi R^2=676\pi\text{cm}^2$.

B 组

1．解：长方体形的铜块长、宽、高分别是 2cm、4cm、8cm，

则它的体积为 $2\times4\times8=64\ (\text{cm}^3)$，

又一个棱长为 2cm 的正方体形的铜块体积为 $2^3=8\ (\text{cm}^3)$，

因为 64÷8=8，所以将长、宽、高分别是 2cm、4cm、8cm 的长方体形的铜块熔化后能铸成 8 个棱长为 2cm 的正方体形的铜块.

2．解：设从 A 点出发走 100m 到达 B 点，B 点到水平面的垂足为 D．则所求高度即为 BD 的长．作 $BC\perp l$ 于 C，连接 CD．则 CD 为斜线 BC 在水平面内的射影．由 $BC\perp l$ 及 $BD\perp l$ 可知 $l\perp$ 平面 BCD，由此可得，$CD\perp l$．于是 $\angle BCD$ 是二面角的平面角，$\angle BCD=30°$．

在 $Rt\triangle ABC$ 中，$BC=AB\sin\angle BAC=100\sin60°=50\sqrt{3}$．

在 $Rt\triangle BCD$ 中，$BD=BC\sin\angle BCD=50\sqrt{3}\sin30°=25\sqrt{3}$．

答：沿小路向上走 100m 升高了 $25\sqrt{3}$ m.

第 10 章　概率与统计初步参考答案

10.1　计数原理

10.1.1　分类计数原理

一、填空题

1．16　　2．23　　3．35　　4．10

二、选择题

1．C　　2．B　　3．B　　4．B

三、解答题

1．解：从书架上任取一本书，有两类取法：第一类取法是从 5 本不同的科普书中取一本，有 5 种不同的取法；第二类取法是从 3 本文艺书中取一本，有 3 种不同的取法．根据分类计数原理，不同的取法一共有 $N=5+3=8$（种）．

2．提示：分两类：第一类乘坐火车有 6 种不同走法；第二类乘坐汽车有 8 种不同走法．
所以共有 6+8=14 种．

3．54 种．

4．按从不同小组中去选派分三类，所以共有 11+10+12=33 种．

10.1.2　分步计数原理

一、填空题

1．24　　2．9×10^6　　3．48

二、选择题

1．A　　2．A　　3．A　　4．C　　5．C

三、解答题

1．解：分三类 ：选修文科和理科或选修文科和实验或选修理科和实验．
即：共有 $3\times4+3\times2+4\times2=26$ 种不同的选法．

2．解：分两类：第一类：从甲地经乙地到丙地 有 2×3 种走法，
第二类：从甲地经丁地到丙地 有 4×2 种走法，
所以从甲地到丙地共有 $2\times3+4\times2=14$ 种不同的走法．

3．解：分两步即共有 $5\times4=20$ 种．

10.2　概率

10.2.1　随机事件

一、填空题

1．36　　2．可预测的　　3．基本事件　　4．4

二、选择题

1．D　　2．B　　3．A　　4．C

三、解答题

1．解：因为每出生一个孩子有男孩和女孩 2 种情况；第一个孩子出生时，有男孩和女

孩 2 种情况；第二个孩子出生时也有男孩和女孩 2 种情况．所以共可能出现的结果有 2×2=4（种）．即：第一个、第二个孩子的顺序可能出现的结果为:

（男男）（男女）（女男）（女女）

2．解：事件 A、B、C 是基本事件，事件 D 是复合事件．

10.2.2　频率与概率

一、填空题

1．0.498　　2．1　　3．$0 \leqslant P(A) \leqslant 1$

二、选择题

1．A　　2．D

三、解答题

1．解：（1）第三次抽查该厂生产是合格品的频率为 $\frac{540}{600}=0.9$.

（2）该厂生产的产品是合格品的概率约为 0.88．

2．解：根据该人的六组射击中靶频率估计此人射击一次中靶的概率为 0.76．

10.2.3　古典概型

一、填空题

1．$\frac{1}{6}$　　2．$\frac{7}{15}$　　3．$\frac{1}{6}$　　4．0.04　　5．$\frac{3}{10}$

二、选择题

1．C　　2．D　　3．D　　4．B

三、解答题

1．解：一个袋子中有 6 个红球，5 个白球，从中任取 1 球，放回后再摸出一个球，一共有 11×11=121 种不同取法，即 $n=121$.

而所取出的两个球中为一个白球一个红球有 6×5+5×6=60 种不同取法

所以其概率为 $\frac{60}{121}$.

2．解：掷一骰子，出现 6 点的概率是 $\frac{1}{6}$，因为第一次出现 6 点的事件与第二次出现 6 点的事件是独立的，所以两次都出现 6 点的概率是 $\frac{1}{6}\times\frac{1}{6}=\frac{1}{36}$.

3．$\frac{3}{18}=\frac{1}{6}$

10.3　总体、样本与抽样方法

10.3.1　总体与样本

一、填空题

1．50；10　　2．2500 名学生数学升学成绩　　3．10

二、选择题

1．B　　2．A　　3．C　　4．D

三、解答题

1．　解：该学校所有学生参加课外体育活动时间是总体，每一个学生参加课外体育活动

时间是个体，被抽取的 60 名学生每天参加课外体育活动的时间是样本，样本容量是 60.

2．解：该市所有职高毕业生的身高是总体，每一个职高毕业生的身高是个体，被抽取的 260 名毕业生的身高是样本，样本容量是 260.

10.3.2　抽样

一、填空题

1．分层抽样　　2．抽签法　　3．简单随机抽样；具有　　4．个体较多

二、选择题

1．A　　2．B　　3．C　　4．D

三、解答题

1．解：适宜选用系统抽样，抽样过程如下：

（1）随机将这 1000 名学生编号为 1，2，3，……，1000（比如可以利用准考证号）.

（2）将总体按编号顺序平均分成 50 部分，每部分包含 20 个个体.

（3）在第一部分的个体编号 1，2，……，20 中，利用简单随机抽样抽取一个号码，比如是 18.

（4）以 18 为起始号，每间隔 20 抽取一个号码，这样就得到一个容量为 50 的样本：18，38，58，……，978，998.

2．解：将这 800 份试卷进行编号，由于 $\dfrac{800}{50}=16$，所以取每段间隔为 16，

将编号分成 50 段，规定各段抽取第 15 个顺序号的试卷，

得到容量为 50 的样本，其试卷号码依次为

15，　31，　47，　63，……，799.

3．解：因为疾病与地理位置和水土均有关系，所以不同乡镇的发病情况差异明显，因而采用分层抽样的方法，具体过程如下：

（1）将 3 万人分为 5 层，其中一个乡镇为一层.

（2）按照样本容量的比例随机抽取各乡镇应抽取的样本.

$300\times3/15=60$（人），$300\times2/15=40$（人），$300\times5/15=100$，$300\times2/15=40$（人），$300\times3/15=60$（人），因此各乡镇抽取人数分别为 60 人、40 人、100 人、40 人、60 人.

（3）将 300 人组到一起，即得到一个样本.

10.4　用样本估计总体

10.4.1　用样本的频率分布估计总体

一、填空题

1．频率；1　　2．0.3　　3．0.3；15

二、选择题

1．C　　2．D　　3．B　　4．D

三、解答题

1．（1）频率分布表

组距	[10，15)	[15，20)	[20，25)	[25，30)	[30，35)	[35，40)	[40，45)
频数	4	5	10	11	9	8	3
频率	$\frac{2}{25}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{11}{50}$	$\frac{9}{50}$	$\frac{4}{25}$	$\frac{3}{50}$

（2）频率分布直方图（略）

2．（1）填表：

分　组	频　数	频　率
50～60	1	$\frac{1}{30}$
60～70	5	$\frac{1}{6}$
70～80	6	$\frac{1}{5}$
80～90	12	$\frac{2}{5}$
90～100	6	$\frac{1}{5}$

（2）$\frac{3}{5}$

3．解：因为在$[50，60)$的频率为 0.039×10=0.39，

所以时速在$[50，60)$的汽车大约有 0.39×200=78

因此时速在$[50，60)$的汽车大约有 78 辆.

10.4.2　用样本均值、标准差估计总体

一、填空题

1．平均值　　2．平均值；　标准差　　3．3.34　　4．3

二、选择题

1．B　　2．B　　3．C　　4．A

三、解答题

1．样本均值为 424.9 m/s，即总体最大速度约为 425.0 m/s

2．解：上述 10 名学生的平均成绩为 $\frac{90+84+84+86+87+98+73+82+90+93}{10}$=86.7

3．样本平均数 165.3；样本标准差 5.48；

总体平均数 165.3；总体标准差 5.48.

10.5　一元线性回归

10.5.1　相关关系

一、填空题

1．确定性；　非确定性　　2．相关　　3．（1）、（2）、（3）

二、选择题

1．D　　2．A

三、解答题

1．解：相关关系如：

人体内的脂肪含量与年龄；

降雪量与交通事故的发生率之间的关系；

学生的年龄与身高；

小麦的产量与土壤的质量、降雨量、田间管理；

小麦的产量与降雨量、田间管理；

小麦的产量与田间管理.

2．解：存在相关关系的是（4）学生的身高与体重；（5）商品销售收入与广告支出经费.

不存在相关关系的是：（1）学生的座位号与数学成绩；

（2）学生的学号与身高；

（3）曲线上的点与该点的坐标之间的关系.

10.5.2　一元线性回归

一、填空题

1．散点图　　2．回归直线

二、选择题

1．C　　2．C　　3．C

三、解答题

1．解：由表格数据可得：$\sum_{i=1}^{10} x_i=710$，$\sum_{i=1}^{10} y_i=723$，$\overline{x}=71$，$\overline{y}=72.3$

又计算得：$\sum_{i=1}^{10} x_i^2=50520$，$\sum_{i=1}^{10} x_i y_i=51467$

$$故\ \hat{b}=\frac{10\sum_{i=1}^{10} x_i y_i-(\sum_{i=1}^{10} x_i)(\sum_{i=1}^{10} y_i)}{10\sum_{i=1}^{10} x_i^2-(\sum_{i=1}^{10} x_i)^2}=\frac{10\times 51467-710\times 723}{10\times 50520-710^2}\approx 1.22,$$

$$\hat{a}=\overline{y}-\hat{b}\overline{x}=72.3-1.22\times 71\approx -14.32$$

因此所求高二成绩对高一成绩的回归直线方程为：$y=1.22x-14.32$

2．解：由 $\overline{x}=\dfrac{2+3+4+5+6}{5}=4$，$\overline{y}=\dfrac{2.2+3.8+5.5+6.5+7.0}{5}=5.0$

$$\sum_{i=1}^{5} x_i y_i=2\times 2.2+3\times 3.8+4\times 5.5+5\times 6.5+6\times 7.0=112.3$$

$$\sum_{i=1}^{5} x_i^2=4+9+16+25+36=90$$

$$\hat{b}=\frac{5\sum_{i=1}^{5} x_i y_i-(\sum_{i=1}^{5} x_i)(\sum_{i=1}^{5} y_i)}{5\sum_{i=1}^{5} x_i^2-(\sum_{i=1}^{5} x_i)^2}=\frac{5\times 112.3-20\times 25}{5\times 90-20^2}\approx 1.23$$

$\hat{a}=\overline{y}-\hat{b}\overline{x}=5-1.23\times 4=0.08$　故所求的回归直线方程为 $y=1.23x+0.08$

当 $x=10$，$y=12.38$ 元

概率与统计初步自我测验题参考答案

A 组

一、填空题

1．$\dfrac{1}{25}$　　2．20　　3．6　　4．12　　5．19.9

二、选择题

1．B　　2．B　　3．D　　4．C　　5．A　　6．D

三、解答题

1．解：按 x 、y 的取值分两步，共有 3×4=12 个.

2．$\dfrac{11}{100}$.

3．解：甲乙两人各抽一道题，共有 10×9=90 种结果，甲抽到选择题、乙抽到判断题有 6×4=24 种结果，故甲抽到选择题、乙抽到判断题的概率 $P=\dfrac{24}{90}=\dfrac{4}{15}$.

B 组

1．解：（1）按各数位上的数字分五步：

第一步个位上数字从 1，3，5 中选一个有 3 种，

第二步万位上数字从 0 和个位上数字之外的 4 个中选一个有 4 种，

第三步十位上数字从剩下的 4 个数字中选一个有 4 种，

第四步百位上数字从剩下的 3 个数字中选一个有 3 种，

第五步千位上数字从剩下的 2 个数字中选一个有 2 种，

所以共有 3×4×4×3×2=288 个.

（2）按个位上数字为 0 或 5 分两类

共有 5×4×3×2+4×4×3×2=120+96=216 个.

2．解：（1）这是一个简单随机样本，可以用样本的平均数量去估计总体的平均数量．样本的均值为

$$\overline{x}=\frac{1}{6}\times(85+93+87+78+90+84)\approx 86\,,$$

于是估计这个商店平均每天卖出鲜牛奶 86 袋.

（2）方差为

$$S^2=\frac{(85-86)^2+(93-86)^2+(87-86)^2+(78-86)^2+(90-86)^2+(84-86)^2}{5}=27;$$

标准差为 $S\approx 5.2$.

策划编辑：施玉新
责任编辑：郝黎明
封面设计：一克米工作室

ISBN 978-7-121-17996-9

定价：18.00元